

Траекторные аттракторы в задачах с малым параметром для диссипативных уравнений с частными производными

В.В. Чепыжов
ИППИ РАН, Москва

Доклад посвящен применению траекторных аттракторов в задачах с параметром для диссипативных уравнений с частными производными. Теория траекторных динамических систем и траекторных аттракторов была разработана в совместных работах М.И.Вишика и В.В.Чепыжова. Она особенно полезна при изучении диссипативных нелинейных уравнений математической физики, для которых соответствующая начально-краевая задача имеет глобальное по времени (слабое) решение, но теорема единственности этого решения или не установлена, или не имеет места. Важным примером является трехмерная неоднородная система Навье-Стокса в ограниченной области с условиями прилипания на границе. Другой пример это трехмерное комплексное уравнение Гинзбурга-Ландау. Для таких задач нельзя напрямую применять классическую теорию диссипативных динамических полугрупп, действующих в фазовом пространстве начальных условий начально-краевая задачи и построить глобальный аттрактор этой динамической системы. Однако для таких уравнений можно рассмотреть траекторную динамическую систему и исследовать траекторный аттрактор соответствующей полугруппы трансляций. Этот универсальный подход применяется для различных типов диссипативных уравнений, а именно: для общих системам реакции-диффузии, для трехмерной системы Навье-Стокса, для диссипативных волновых уравнений, для нелинейных эллиптических уравнений в цилиндрических областях и для других уравнений и систем. Особое внимание в докладе будет уделено методу траекторных аттракторов в задачах аппроксимации и возмущения для некоторых моделей математической физики. В докладе будет рассмотрена альфа-модель Лерэ, аппроксимирующая 3D систему Навье-Стокса и изучено поведение ее траекторного аттрактора, когда параметр альфа стремится к нулю. Кроме того будет исследовано комплексное уравнение Гинзбурга-Ландау в перфорированной области и усреднение его траекторного аттрактора.