# УСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ИНДЕКСОВ ЦЕН В УСЛОВИЯХ ЦЕНОВОГО ХАОСА

Н. И. Айзенберг, В. И. Зоркальцев, З. В. Солонина

Индексы цен приобретают особо важное значение в периоды бурной инфляции, сопровождающиеся хаосом цен. В работе рассматривается ряд методов расчета индексов, оценивается пригодность их использования в условиях небольшого, среднего и значительного ценового хаоса.

В качестве исходных данных взяты цены на набор продуктов питания в Иркутске с января по октябрь 1992 г. Объемы потребления моделируются в рамках аналитической концепции индексологии при предположении о их зависимости от цены с заданной эластичностью.

На первом этапе эксперимента тестирование методов осуществляется при расчете индексов в "детерминированных" условиях по исходным данным. На втором этапе в данные о ценах и объемах вводятся случайные колебания (начальные цены и объемы домножаются на случайную величину, распределенную по логнормальному закону). Качественные характеристики методов расчета индексов определяются исходя из набора требований: транзитивности, обратимости во времени, о среднем значении. Наилучшими считаются индексы, имеющие наименьшее отклонение от аналитического индекса, дающие наименьшие смещения по набору требований, наиболее устойчивые к росту колебаний цен и объемов. В результате было установлено, что увеличение интенсивности случайных колебаний цен и объемов ведет к снижению точности индексов цен. Были определены методы расчета индексов, которые предпочтительно использовать в условиях нестабильной экономики

Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ № 03-02-00171а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зоркальцев В. И. (1996) *Индексы цен и инфляционные процессы.* - Новосибирск: Наука, 279с.
2. Айзенберг Н. И. (2001) *Выбор метода расчета индекса цен на основе рыночных моделей* // Труды XII Байкальской международной конференции (том 3, Математическая экономика). - Иркутск: изд-во ИСЭМ СО РАН, с. 126-132.
3. Айзенберг Н. И., Солонина З.В. (2004) *Устойчивость методов расчета индексов цен в условиях ценового хаоса.* - Иркутск: препринт ИСЭМ СО РАН, в печати.

Айзенберг Наталья Ильинична, Зоркальцев Валерий Иванович,
Солонина Зоя Валерьевна,
ИСЭМ СО РАН, ул. Лермонтова, 130, Иркутск, 664033, Россия,
тел. (8-395-2) 42-97-64, факс (8-395-2) 42-67-96,
e-mail: zen@isem.sei.irk.ru, zork@isem.sei.irk.ru, solo@isem.sei.irk.ru

# RETAILER'S MOTIVATION IN MARKETING

I. A. Bykadorov, A. Ellero, E. Moretti

The sales increasing role of communication has been largely explored by means of dynamic and optimal control models. In [1] Nerlove and Arrow take explicitly into account the role of the *goodwill* of a firm: their main idea is that the firm can pay for advertising thus increasing goodwill, and a higher goodwill means higher sales' level.

We consider explicitly the structure of the distribution channel. The manufacturer does not sell directly to the consumer but to a retailer in a vertical channel [2]. We focus on the concept of retailer's sale *motivation*. By means of a wholesale price discount the manufacturer produces a promotional effort that has a double positive effect on sales. A first effect is direct and due to the fact that a part of the wholesale price discount will be transferred to the final selling price. The second effect is indirect, a higher price discount increases the retailer's sale motivation and, of course, this improves sales.

The model is formulated (cf. [3]) as an optimal control problem in which the manufacturer's control is exactly the discount on wholesale price (trade discount). Numerical examples are given. Some economical interpretation of the main results and some suggestions for future research are provided.

This research has been supported by Università Ca' Foscari di Venezia, RFBR (grant no.03-01-00877), the Council for Grants (under RF President) and State Aid of Fundamental Science Schools (grant no. NSh-80.2003.6).

## REFERENCES

1. M. Nerlove, K. J. Arrow (1962) *Optimal advertising policy under dynamic condition.* Economica 29, 129-142.
2. J. Tirole (1990) *The Theory of Industrial Organization.* 4th Edition. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
3. I. Bykadorov, A. Ellero, E. Moretti (2004) *Optimal control of retailer's motivation by trade discounts.* Report n.119/2004, Dipartimento di Matematica Applicata, Università Ca'Foscari di Venezia.

Bykadorov Igor Alexandrovich, Sobolev Institute of Mathematics,
pr. Akademika Koptyuga, 4, Novosibirsk, 630090, Russia,
phone: (007-3832) 33-00-94, fax: (007-3832) 33-25-98,
e-mail: bykad@math.nsc.ru

Ellero Andrea, Moretti Elena, Università Ca'Foscari di Venezia,
Dorsoduro 3825/e, Venezia, 30123, Italy,
phone: (039) 041-234-6930, fax: (039) 041-522-1756,
e-mail: ellero@unive.it emoretti@unive.it

# О ФАСЕТАХ МНОГОГРАННИКА ВЕБЕРА

В. А. Васильев

Многогранник Вебера представляет собой совокупность $d$-распределений, используемых для параметризации так называемых вероятностных значений кооперативных игр $n$ лиц с побочными платежами (см. [1 - 3]). Этот многогранник, обозначаемый далее через $\mathcal{P}_W^n$, находит широкое применение при исследовании таких известных решений теории игр, как ядро, множество Вебера и взвешенные значения Шепли [2,3]. Поэтому изучение комбинаторных свойств многогранника $\mathcal{P}_W^n$ (имеющих значительный самостоятельный интерес) является важным направлением анализа различных механизмов формирования дележей в условиях кооперации.

Настоящий доклад посвящен исследованию некоторых вопросов граневого строения многогранника Вебера. Основной результат состоит в полной характеризации фасет (собственных граней максимальной размерности) этого многогранника. Существенную роль в получении указанной характеризации играет описание крайних точек (граней минимальной размерности) многогранника $\mathcal{P}_W^n$, найденное в [3].

Для формулировки основного результата введем в рассмотрение множество $\mathcal{P}_H^n$, элементы которого называются $d$-распределениями Харшаньи:

$$\mathcal{P}_H^n = \{[p^T]_{T\in\mathcal{C}} \mid p_i^T \geq 0,\ i \in T,\ \ p_j^T = 0,\ j \in N \setminus T \ \text{ и } \sum_{i\in T} p_i^T = 1 \ \text{ при каждом } \ T \in \mathcal{C}\},$$

где $N = \{1, \ldots, n\}$, $\mathcal{C} = \{S \subseteq N \mid S \neq \emptyset\}$. Как вытекает из определения, множество $\mathcal{P}_H^n$ является декартовым произведением $\prod_{T\in\mathcal{C}} \Delta^T$ граней $\Delta^T = \{p^T \in \mathbf{R}_+^N \mid \sum_{i\in T} p_i^T = 1,\ p_j^T = 0,\ j \in N \setminus T\}$ симплекса $\Delta = \Delta^N = \{p \in \mathbf{R}_+^N \mid \sum_{i\in N} p_i = 1\}$.
Для каждого $i \in N$ положим $\mathcal{C}_i = \{S \in \mathcal{C} \mid i \in S\}$.

**Определение [3].** Множество

$$\mathcal{P}_W^n = \{[p^T]_{T\in\mathcal{C}} \in \mathcal{P}_H^n \mid \sum_{S\subseteq N\setminus T} (-1)^{|S|} p_i^{S\cup T} \geq 0 \ \text{ для каждого } \ i \in N \ \text{ и } \ T \in \mathcal{C}_i\}$$

называется многогранником Вебера.

**Теорема.** Многогранник Вебера $\mathcal{P}_W^n$ имеет $2n(2^{n-2}-1)$ фасет, каждая из которых представима в виде

$$F_i^T = \{p \in \mathcal{P}_W^n \mid \sum_{S\subseteq N\setminus T} (-1)^{|S|} p_i^{S\cup T} = 0\},$$

где $i$ – некоторый элемент из $N$, а $T$ – подмножество из $\mathcal{C}_i$ такое, что $2 \leq |T| \leq n-1$.
Работа поддержана грантом РГНФ 02-02-00189а и грантом Президента НШ 80.2003.6

## ЛИТЕРАТУРА

1. Weber R. J. (1998) *Probabilistic values for games* // The Shapley value. Cambridge: Cambridge Univ. Press, P. 101–119.
2. Васильев В. А. (1988) *Характеризация ядер и обобщенных НМ-решений для некоторых классов кооперативных игр* // Модели и методы оптимизации. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1988. С. 63–89. (Тр. /РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т математики; Т. 10).
3. Васильев В. А. (2003) *Крайние точки многогранника Вебера* // Дискрет. анализ и исслед. операций. Сер.1. 2003. Т.10, №2. С. 17–55.

Васильев Валерий Александрович, ИМ СО РАН,
пр. Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия,
тел.(3832)33-00-94, факс (3832)33-25-98, e-mail:vasilev@math.nsc.ru

# К ВОПРОСУ О ФОРМАЛИЗАЦИИ АКСИОМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ТЕОРИИ ОБЩЕСТВЕННОГО ВЫБОРА

С. А. Васильев, А. С. Жанаева

Используемые в теории общественного выбора предпочтения характеризуются только своей направленностью и не имеют количественных характеристик. В то же время на практике часто используются выборные правила, в которых индивидуальные и общественные предпочтения имеют количественные, числовые значения. Подобные правила применяются, например, для ранжирования участников спортивных соревнований в таких дисциплинах, как фигурное катание, гимнастика, прыжки в воду и т.п. Учет количественных характеристик предпочтений (масштабирование) требует изменения формального аппарата аксиоматики теории общественного выбора. Формальная запись предпочтения альтернативы $a$ по отношению к $b$ будет выглядеть как $c(a)-c(b)$, где $c(a), c(b)$ – численные отображения индивидуальных предпочтений на некую шкалу, определяемую выборным правилом. Формализация условия полноты, аксиом единогласия, транзитивности, анонимности для таких предпочтений не имеет принципиальных отличий от обычных предпочтений. Однако формализация аксиомы независимости изменяется принципиально. В то время как для обычных предпочтений для ее выполнения достаточно сохранить направление предпочтения, т.е., например, $a > b \Rightarrow a' > b'$ при изменении предпочтений относительно третьей альтернативы, то для расщепленных предпочтений неизменной должна оставаться разность $c(a) - c(b) = c'(a) - c'(b)$. На основе предложенной формализации проведен анализ доказательства Дж. Геанакоплоса [1] теоремы К. Дж. Эрроу (Arrow's impossibility theorem) [2]. Показано, что из-за принципиального изменения формализации аксиомы независимости доказательство Геанакоплоса неверно для выборных правил с учетом масштабирования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Geanakoplos J. *Three Brief Proofs of Arrow's Impossibility Theorem,* Cowles Foundation Discussion Papers 1123P.

2. Arrow K. J. (1951.) *Social Choice and Individual Values.* New York: John Wiley and Sons.

Васильев Сергей Александрович, ООО Научный центр Эпитаксия,
пр. Академика Лаврентьева, 1, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (8-383-2) 35-65-97, факс (8-383-2) 35-65-97, e-mail: svasiljev@mail.ru

Жанаева Анна Сергеевна, Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия, тел. (8-383-2) 30-14-34

# ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ И РАЗВИТИЕ ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ РЕНТНЫХ ПРОБЛЕМ

М. И. Вирченко, Н. В. Шестакова

Начало математико-экономическому анализу рентных проблем было положено академиком Л. В. Канторовичем. В результате анализа двойственных соотношений линейно-программных моделей были изучены принципы формирования, структура, количественные зависимости цен на продукцию сельского хозяйства и рентных оценок земли, получена связывающая их формула. Были проведены и практические расчеты с использованием моделей специальной структуры.

В то же время, учитывая прикладное значение проблемы, Л. В. Канторович предложил нелинейную модель, позволяющую находить для реальных производственных ситуаций приближенные значения цен на продукцию и рентных оценок земли при максимальном соответствии соотношений между ними оптимальным. Модель имеет модификации, ей посвящен целый ряд работ разных авторов. Связь этой модели с линейно-программными выразилась и в том, что ее использование и анализ позволили построить эффективный численный метод решения общей задачи линейного программирования.

Далее идея построения аналога двойственной задачи без решения прямой (производственной) была реализована в балансовых моделях. Представление в них финансовых балансов в территориальном и продуктовом разрезах позволяет сохранить формулу цены, полученную из многопродуктовых линейно-программных моделей: цена каждого продукта равняется средним полным (включая нормативную прибыль) затратам на его производство плюс средняя рента. При некоторых естественных предположениях относительно матрицы задача имеет единственное решение, которое находится методом итераций.

Получаемая рентная оценка может быть представлена как линейная комбинация двух слагаемых, первое из которых зависит от затрат, а второе – от продуктивности земли. Это дает дополнительный материал для экономического анализа.

Параметром модели является общий уровень цен, обоснование которого связано с определенными трудностями. В то же время модель позволяет найти тот их уровень, при котором обеспечиваются бездотационные экономические отношения между моделируемой и внешней для нее системой, т.е. когда все рентные оценки земли неотрицательны. Кроме того, имея два базовых решения, нахождение которых не представляет трудностей, можно организовать простую процедуру вычислений искомых цен и рент при любом значении параметра – уровня цен.

Свойства балансовых моделей позволяют использовать их для анализа и решения как теоретических, так и практических проблем регулирования рентных отношений в сельском хозяйстве.

Работа поддержана грантом Президента РФ № НШ 80.2003.6

Вирченко Мария Ивановна, Шестакова Надежда Васильевна,
Институт математики им С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (3832) 33-00-94, e-mail: nadine@math.nsc.ru

# О ГАРАНТИРУЮЩИХ РАВНОВЕСИЯХ В СТАТИЧЕСКИХ КОАЛИЦИОННЫХ ИГРАХ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

А. Н. Говоров, А. Ф. Тараканов

Сравнительно новым направлением в теории игр являются коалиционные игры. К соответствующим математическим моделям приводят исследования в области экономики (коалиционные структуры типа "Конкуренция групп предприятий"), социальной сферы (структуры типа "Коалиции партий, группировок", международные отношения типа "Переговоры"), экологии (задачи принятия решений по охране окружающей среды, прогнозу развития экологических районов и т.п.). В настоящее время основное внимание уделяется изучению дифференциальных игр. Например, в таких играх исследовано: решение на основе принципов угроз-контругроз (между коалициями) и Слейтера (внутри коалиций); гарантирующее равновесие угроз-контругроз в сочетании с минимумом по Джоффриону; абсолютное активное равновесие. Для линейно-квадратичных игр получены достаточные условия существования решений, указаны их явные выражения. Статические варианты коалиционных игр изучены недостаточно. Коалиционные структуры на практике могут взаимодействовать между собой по-разному: конкурируя или сотрудничая (в какой-то мере). В первом случае естественно использовать принцип угроз-контругроз, а во втором – абсолютное активное равновесие. Принятие решений членами коалиций происходит в условиях неопределенности (например, ошибки в измерениях, неточно известные параметры, возмущающее воздействие внешних сил, погрешности в передаче информации и т.п.). В качестве "особого" вида неопределенности можно выделить информационную неопределенность, которая связана с полным или частичным отсутствием информации о следующем "ходе" коалиции-оппонента. В настоящей работе учет неопределенности производится на основе принципа Слейтера. В работе изучена статическая игра двух коалиций (в каждой – по два игрока). При реализации принципа угроз-контругроз отношения между игроками внутри каждой коалиции строятся на основе максимума по Парето, при этом предполагаются выполненными условия существования угроз и контругроз коалиций. В случае абсолютного активного равновесия принцип Парето используется одновременно для стратегий игроков всех коалиций с выполнением условия активной коалиционной равновесности. Перечислены свойства решений, получены достаточные условия оптимальности. Приведены примеры.

Говоров Андрей Николаевич,
Оренбургский государственный педагогический университет,
ул. Пролетарская, 308, к. 303, Оренбург, 460050, Россия,
тел. (3535) 52-48-51, e-mail: gan@mail.esoo.ru

Тараканов Андрей Федорович,
Борисоглебский государственный педагогический институт,
ул. Народная, 43, Борисоглебск, 397160, Россия,
тел. (07354) 6-48-89, e-mail: aft777@mail.ru

# DYNAMIC ASSET MANAGEMENT WITH STOCHASTIC VOLATILITY UNDER TRANSACTION COSTS AND PORTFOLIO CONSTRAINTS

V. V. Dombrovskiy, D. V. Dombrovskiy, E. L. Lyashenko

The investment portfolio (IP) management is an area of both theoretical interest and practical importance. It's known that realistic investment models must include transaction costs and constrains on the trading volume amounts. The survey of the problems and methods contained in various works on dynamic investment task with transaction costs is presented in [1]. The most of the results presented in these works are limited to the case of one bond and only one stock. Taking into account transaction costs and portfolio constraints in dynamic models with several risky assets one comes to the curse of dimensionality.

In the paper we consider the IP management task with transaction costs and portfolio constraints in the framework of the approach suggested in [2, 3]. The IP evolution is described by dynamic stochastic multidimensional state-space model with stochastic volatility [3]. The IP management problem is formulated as a tracking task for some reference portfolio with desired return.

We propose to use the model predictive control (MPC) methodology [4] in order to solve the problem. The MPC proved to be an appropriate and effective technique to solve the dynamic control tasks under constraints. We obtain feedback strategies of investment portfolio optimisation with proportional transaction costs and trading volume constraints. Optimal trading strategies computation includes the decision of the sequence of quadratic programming tasks. We also present the numerical modelling results that give evidence of capacity and effectiveness of proposed approach.

## REFERENCES


1. A. Cadenillas (2000) *Consumption-investment problems with transaction costs: Survey and open problems.* Mathematical Methods of Operational Research **51**, 43-68.

2. E. S. Gerasimov, V. V. Dombrovskii (2002) *Dynamic Network Model of Investment Control for Quadratic Risk Function.* Automation and Remote Control **2**, 280-288.

3. V. V. Dombrovskii, E. A. Lyashenko (2003) *A Linear Quadratic Control for Discrete Systems with Random Parameters and Multiplicative Noise and Its Application to Investment Portfolio Optimization.* Automation and Remote Control **10**, 1558-1570.

4. J. B. Rawlings (1999) *Tutorial: Model Predictive Control Technology.* Proc. Am. Contr. Conf., June, San Diego, 662-676.



Dombrovskiy Vladimir Valentinovich, Dombrovskiy Dmitriy Vladimirivich,
Lyashenko Elena Alexandrovna,
Tomsk State University,
Lenina ave., 36, Tomsk, 634050, Russia, phone: (8-382-2) 53-41-33,
e-mail: dombrovs@ef.tsu.ru, lashenko@ef.tsu.ru

# ФИСКАЛЬНАЯ КОНКУРЕНЦИЯ НЕ-БЕНЕВОЛЕНТНЫХ ПРАВИТЕЛЬСТВ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Е. В. Желободько, С. Г. Коковин

В работе предложен специфичный вариант нормативной модели фискального федерализма, для случая неоднородной в территориальном и отраслевом смысле страны и не-беневолентных правительств. Развивается идея из работы [1]: дилемма выбора между налоговым соревнованием и налоговой координацией ставится как количественный вопрос: какие параметры экономики нужно *измерять*, чтобы решить, что лучше для специфической страны и/или сектора экономики. Статья расширяет этот подход в нескольких отношениях: 1) Регионы могут предполагаться неидентичными (*гетерогенными*); 2) Может обсуждаться налогообложение *отдельных отраслей промышленности* или секторов экономики; 3) В анализ включены два источника небеневолентности — *коррупция и популизм*; 4) наряду с дифференциально малыми (локальными) изменениями режима федерализма, рассматривается глобальный "скачок" от налоговой конкуренции к координации.

Для выявления локального недо-обложения или пере-обложения региона в состоянии конкуренции, мы должны измерить и сравнить два локальных индикатора: "индекс соперничества" и "индекс не-беневолентности". Если первый ниже чем второй, то ставка налога должна быть уменьшена для увеличения общественного благосостояния. Кроме обоснования формы этих индексов, предложены соображения по их оценке на реальных данных. При гипотезе вогнутости функции общественного благосостояния и дополнительных гипотезах этот критерий пере-обложения служит достаточным условием неоптимальности глобального перехода от конкуренции к координации.

Работа поддержана грантом РГНФ 02-02-00189а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Edwards, J. and M. Keen (1996) *Tax competition and Leviathan,* European Economic Review 40, 113-134.

Желободько Евгений Владимирович,
Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова, 2,
Новосибирск, 630090, Россия, тел. (8-383-2) 33-26-83

Коковин Сергей Гелиевич,
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (8-383-2) 33-26-83, e-mail: kokovin@math.nsc.ru

# ОБОБЩЕННОЕ УСЛОВИЕ УПОРЯДОЧЕННОСТИ И ГРАФЫ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ САМОСЕЛЕКЦИИ

Е. В. Желободько, С. Г. Коковин, Б. Нахата

Исследуются структуры решений задач самоселекции (screeening), одного из типов задач нелинейного ценообразования или конструирования оптимальных контрактов между монопольным продавцом и популяцией из $n$ разнородных покупателей, типы которых он не умеет различать (возможна также трактовка: наниматель и нанимаемые). Продавец оптимизирует *меню* из нескольких "пакетов" вида $(x_1, t_1), (x_2, t_2)..., (x_n, t_n)$, где $x_i$ – количество или вектор характеристик товара, $t_i$ – тариф, запрашиваемый за него. Традиционно рассматривались упорядоченные по готовности платить $v_i(x)$ за количество $x$ покупатели, в смысле $[\frac{\partial v_i(x)}{\partial x} > \frac{\partial v_{i-1}(x)}{\partial x}\ \forall x]$ (Spence-Mirrlees), что гарантировало монотонность и линейную структуру решений такую, что граф набора активных ограничений составлял цепь. В данной работе, продолжая идеи из [1 - 3], рассматривается частично–упорядоченная популяция покупателей, в том смысле, что из нее можно выделить подмножества так, что каждое подмножество (вид) $S$ упорядочено относительно некоторой специфической функции $\phi_S$ агрегирования характеристик товара. Тогда оптимальный подграф каждого вида покупателей, если он связный, образует цепь, монотонную относительно функции $\phi_S$ . При дополнительном условии "центрирования" это приводит к тому, что ориентированный граф решения в целом — дерево.

Работа поддержана грантом РГНФ 02-02-00189а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Rochet, J.-C. and L. Stole (2001): *The economics of multidimensional screening,* Working paper.

2. Araujo, A. and H. Moreira (2000): *Adverse selection problems without the Spence-Mirles condition,* Working paper.

3. Nahata, B., S. Kokovin, and E. Zhelobodko (2001): *Self-Selection under Non-ordered Valuations: Type-splitting, Envy-cycles, Rationing, Efficiency,* Working paper, www.math.nsc.ru/ ~mathecon/kokovin

Желободько Евгений Владимирович,
Новосибирский государственный университет, ул. Пирогова, 2,
Новосибирск, 630090, Россия, тел. (8-383-2) 33-26-83,

Коковин Сергей Гелиевич,
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (8-383-2) 33-26-83, e-mail: kokovin@math.nsc.ru

Babu Nahata,
University of Louisville, Louisville, Kentucky 40292, USA,
e-mail: nahata@louisville.edu

# ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТОДОВ В ДИАГНОСТИКЕ

М. Л. Жмудяк, А. Н. Повалихин, Г. Ш. Лев

Авторами разработана программа дифференциальной диагностики желтух, основанная на использовании формулы Байеса. Для сравнительной оценки разработанной авторами методики была проведена диагностика другими статистическими методами классификации и прогноза. Использованы: дискриминантный анализ [2], классификационные деревья [2], нейронные сети [3].

Таблица 1. Результаты диагностики

| Метод диагностики | Процент поставленных диагнозов | | |
|---|---|---|---|
| | Правильных | Неправил. | Неопредел. |
| 1. Дискриминантный анализ | 92 | 8 | 0 |
| 2. Деревья классификации | 93 | 7 | 0 |
| 3. Формула Байеса | 96 | 1 | 3 |
| 4. Нейронные сети | 97 | 3 | 0 |

Под неопределенным диагнозом понимается случай, когда метод затруднился надежно классифицировать одно из заболеваний. Лучшую диагностику, судя по правильным диагнозам, показали нейронные сети (97%). Дискриминантный анализ и деревья классификации диагностируют с одинаковой эффективностью (92-93%). Диагностика по Байесу практически не отстает от нейронных сетей по правильным диагнозам, вместе с тем формула Байеса ставит меньше неправильных диагнозов, чем нейронные сети (1% неправильных по Байесу против 3% по нейронным сетям). Представляется, что важнее сделать меньше ошибок в диагнозах, чем поставить больше правильных.

При использовании всех методов применялись оригинальные наработки авторов в области медицинской статистики. Главным преимуществом, впервые использованным в диагностике, является учет динамики заболеваний. Последний позволил значительно повысить точность диагностики.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Генкин А. А. (1999) *Новая информационная технология анализа медицинских данных,* СПб., Политехника.
2. Программный пакет статистической обработки данных: StatSoft Statistica v6.0 Multilingual.
3. Программный пакет для работы с искусственными нейронными сетями: NeuroPro, версия 0.25.

Жмудяк Марина Леонидовна, Повалихин Антон Николаевич, Лев Герш Шахнович,
Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова,
пр. Ленина, 46, Барнаул, 656038, Россия, тел. (8-385-2) 36-84-08,
факс (8-385-2) 22-28-75, e-mail: l-jmoudiak@alt.ru

# ВНУТРЕННЯЯ МОТИВАЦИЯ К ТРУДУ И "ОБРАТНОЕ" САМО-ВЫЯВЛЕНИЕ

А. В. Казаков, С. Г. Коковин

Рассматривается один класс задач оптимальных контрактов типа нелинейного ценообразования (само-селекции). Уникальный наниматель ограничен в формах предлагаемого для всех работников контракта двухчастными тарифами и ограничен в числе рабочих мест. Максимизируя прибыль при некоторой функции выручки $f(e)$, он выбирает параметры контракта: базовый оклад и коэфициент стимулирования работника за усилия $e$. Затем работники из некоторой избыточной популяции выбирают, предлагать ли ему свои услуги и сколько усилий прилагать. Они некоторым образом распределены по типам, причем каждый характеризуется параметром его типа $\theta \in [0,1]$ и резервационным уровнем полезности $u_0(\theta)$, достижимым для него в альтернативном месте занятости. Задана его целевая функция $u(w,e,\theta)$, зависящая от зарплаты $w$, усилий $e$, и параметра $\theta$, тем большего, чем большие усилия этот тип склонен прилагать, при равном контракте. Наниматель не может различать тип работников, поэтому если в ответ на его контракт желающих наниматься слишком много, то выбор из них осуществляется случайно.

В зависимости от параметров, возможны не менее трех типов равновесий такого рынка труда: "конкурсные", где нанимателю выгодно предлагать завышенную оплату, для привлечения избытка желающих, минимальные, где он удовлетворяется самой дешевой и некачественной рабочей силой, и рынки "с обратной селекцией". На последних, чем выше оплату хозяин предлагает, тем худшее среднее качество работников получит. Найден критерий этого эффекта **обратной селекции — более быстрое возрастание, по типу работника, склонности к данному виду труда, по сравнению с возрастанием отдачи в альтернативных местах занятости:** $\dfrac{\partial u(w,e,\theta)/\partial\theta - \partial u_0(\theta)/\partial\theta}{\partial u(w,e,\theta)/\partial w} > 0.$

Работа отличается от сходной постановки [1] отсутствием стохастики, переменной величиной альтернативных усилий $u_0(\theta)$, и формулировкой критерия в необходимой и достаточной форме.

Работа поддержана грантом РГНФ 02-02-00189а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Josse Delfgaauw and Robert Dur (2003). *Signaling and Screening of Workers' Motivation.* - Tinbergen Institute Discussion Paper, TI 2002-050/3.

Казаков Антон Владимирович,
Новосибирский Государственный университет,
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия, тел. (8-383-2) 33-26-83

Коковин Сергей Гелиевич,
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (8-383-2) 33-26-83, e-mail: kokovin@math.nsc.ru

# О МОДЕЛЯХ ИЗМЕНЕНИЯ НАЛОГОВОЙ СТАВКИ.

В. О. Кислощаева

К числу одного из важнейших факторов развития экономической системы можно отнести уровень налогов. Исследования (см. [1]) показывают, что повышение налоговой ставки может приводить к увеличению доходов бюджета только до определенного предела. Когда этот предел превышается, доходы бюджета начинают сокращаться. Таким образом, зная оптимальное значение налоговой ставки, государство может варьировать текущее её значение для того, чтобы не терять доходы бюджета. В настоящее время существуют различные методы нахождения оптимальной налоговой ставки (например, [2]). Поэтому будем предполагать, что известно значение оптимальной ставки $T^*$. В [3] было предложено следующее выражение для функции доходов бюджета $B(T) = Y_0(T - T^2)$, где $Y_0$ – налогооблагаемая база в действующий момент времени. Будем считать, что действующее значение налоговой ставки $T_0$ больше оптимального. При снижении налоговой ставки нужно учитывать ряд условий. Первое: снижение должно проводится достаточно продолжительное время, чтобы дать положительный эффект, так как новая налоговая ставка действует сразу же после издания соответствующего нормативного акта, а реакция налогоплательщиков становится заметной лишь со временем. Второе: значительное снижение ставки приведет к резкому уменьшению доходов бюджета, что является неприемлимым. Возникают две модели перехода от текущей налоговой ставки к оптимальной:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{N} (B_{j-1} - B_j)^2 \to min! \\ B_j = Y_0\left(T_j - T_j^2\right), \\ T_0 \geq T_1 \geq \ldots \geq T_N, \\ T_N = T^*. \end{cases} \qquad \begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{N} (T_{j-1} - T_j)^2 \to min! \\ T_0 \geq T_1 \geq \ldots \geq T_N, \\ T_N = T^*. \end{cases}$$

Предлагаются эффективные алгоритмы решения обеих оптимизационных задач.

Работа поддержана грантом РФФИ № 03-01-00877 и грантом Президента РФ № НШ 80.2003.6

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Волобуев(1994) *Кривая Лэффера-концепция и реальности политики.* Мировая экономика и международные отношения, №11, с. 119-124.

2. Е. В. Балацкий(2000) *Воспроизводственный цикл и налоговое бремя.* Экономика и математические методы, т. 36, №1, с. 3-16.

3. В. О. Кислощаева(2002) *Об одной модели оптимизации налогообложения.* Дискретный анализ и исследование операций (Материалы конференции), Новосибирск, 2002, с. 189.

Кислощаева Ванда Олеговна,
Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 2, 630090, тел. (8-383-2)33-00-94,
e-mail: vandik@ngs.ru

# МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ЦЕНОВОЙ СТРАТЕГИИ ДЛЯ ЗАДАЧ БЮДЖЕТИРОВАНИЯ

А. Т. Латипова

В данной работе рассматривается задача оптимизации бюджета продаж, формулирующаяся следующим образом. Бюджет продаж задается набором характеристик спроса вида $(p^j, q^j)$, где вектор $p^j = (p_{1j}, p_{2j}, \ldots, p_{ij}, \ldots, p_{nj})$ описывает цены на товар $j$ $(j = 1, 2, \ldots, k)$ при выборе ценовой стратегии $i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$, а вектор $q^j = (q_{1j}, q_{2j}, \ldots, q_{ij}, \ldots, q_{nj})$ – объем потребности на данный товар при заданной цене $p^j$. Объем потребности $q^j$ рассчитывается с помощью функции полезности $U(i, j, p_{ij})$ [1]. Также имеются вектор интенсивности применения ценовой стратегии $x^j = (x_{1j}, x_{2j}, \ldots, x_{ij}, \ldots, x_{nj})$, где $0 \leq X \leq 1$; и вектор затрат на маркетинг $s^j = (s_{1j}, s_{2j}, \ldots, s_{ij}, \ldots, s_{nj})$ . Кроме того, согласно нормативной схеме бюджетирования [3] задаются нормы прямых затрат материалов и труда, величина постоянных затрат на производство конкретных видов продукции (в стоимостном выражении); они описываются соответственно векторами $m = (m_1, m_2, \ldots, m_j, \ldots, m_k)$, $l = (l_1, l_2, \ldots, l_j, \ldots, l_k)$ и $c = (c_1, c_2, \ldots, c_j, \ldots, c_k)$. Помимо этого, нужно учитывать уровень рентабельности продаж $r$, общий для всех видов продукции. Т. о. получается след. модель (внутрифирменный баланс):

$$X \circ P \circ Q = X \circ M \circ Q + X \circ L \circ Q + X \circ S \circ Q + (X \circ P \circ Q) \cdot r + C,$$

где операция “$\circ$” означает поэлементное умножение матриц. В полученную модель вводится динамика, для чего используется инфляционная составляющая:

$$(X \circ P(\tau_{w-1}) \circ Q) \cdot I(\tau_w) = (X \circ M(\tau_{w-1}) \circ Q) \cdot I(\tau_w) + (X \circ L(\tau_{w-1}) \circ Q) \cdot I(\tau_{w-1}) + \\ + (X \circ S(\tau_{w-1}) \circ Q) \cdot I(\tau_w) + (X \circ P(\tau_{w-1}) \circ Q) \cdot I(\tau_w) \cdot r + C(\tau_{w-1}) \cdot I(\tau_{w-1}),$$

где $\tau_w$ – период, к которому относятся данные, а $I(\tau_{w-1})$ – темп роста цен на товарно-материальные ценности. Полученная задача линейного программирования является модификацией модели Неймана для микроэкономики [2]. В данной работе рассматриваются вопросы разрешимости представленной задачи, а также область применения полученной модели.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Герасименко В.В. (1997) *Ценовая политика фирмы.* – М.: Финстатинформ.

2. Панюков В. В. (1996) *Математическое моделирование экономических процессов.* – Челябинск: ЮУрГУ.

3. Чаусов В., Ашкинидзе А. (2002) *Критерии оценки систем бюджетирования* // ITeam. 2002. N 1. – С. 15–20.

Латипова Алина Таиховна,
Южно-Уральский государственный университет,
пр. Ленина, 76, Челябинск, 454080, Россия,
тел. (8-3512) 67-90-87, e-mail: alfas_chel@mail.ru

# ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЯМИ

Г. Ш. Лев

Пусть

$$\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \dots b_m)$$

где $b_i \geq 0, \sum b_i = 1$ инвестиция в $i$-ю отрасль за один инвестиционный период. Далее, вектор

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots x_m)$$

определяет доходы за инвестиционный период; $x_i$ – доход от инвестиций в $i$-ю отрасль единичного капитала. Обозначим

$$(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{m} b_i x_i,$$

Тогда, полагая $\boldsymbol{x}$ – случайной величиной с распределением $F$, можно показать, что эффективность вложений опреляется величиной

$$W(\boldsymbol{b}, F) = \mathbf{M} \ln(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{x}).$$

Обозначим через $\boldsymbol{b}^*(F)$ оптимальное вложение капитала:

$$W(\boldsymbol{b}^*(F), F) = \max_{\boldsymbol{b}}(W(\boldsymbol{b}, F)) = W^*(F).$$

Пусть $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \dots \boldsymbol{x}_n$ наблюдаемые значения вектора $\boldsymbol{x}$ за $n$ инвестиционных периодов и обозначим:

$$W_n = \sum_{1}^{n} \ln(\boldsymbol{b}^*(F_n), \boldsymbol{x}_i),$$

$$Y_n = \sum_{1}^{n} \ln(\boldsymbol{b}^*(F_i), \boldsymbol{x}_i),$$

$$Z_n = \sum_{1}^{n} \ln(\boldsymbol{b}^*(F_{i-1}), \boldsymbol{x}_i),$$

$\boldsymbol{b}^*(F_0) = b_0 \in R^m$ — произвольный вектор, $F_n$ — эмпирическая мера, порожденная $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \dots \boldsymbol{x}_n$

**Теорема**. Выполняются следующие неравенства

$$Y_n \geq W_n \geq Z_n.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Cover T., Gluss D. (1981) *Empirical Bayes Stock Market Portfolios.* Adv. Appl. Math. **7**, 170-181.

Лев Герш Шахнович,
Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова,
пр. Ленина, 46, Барнаул, 656038, Россия, тел. (8-385-2) 420277,
факс (8-385-2) 22-28-75, e-mail: l-jmoudiak@alt.ru

# О ДОГОВОРНОЙ ЭКОНОМИКЕ С НЕВЫПУКЛЫМ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМ СЕКТОРОМ

В. М. Маракулин

Анализируется возможность распространения договорного подхода, предложенного в [1, 2] и развитого в [3] для экономики чистого обмена, на модель экономики типа Эрроу–Дебре, в которой технологические множества не являются выпуклыми, но при этом удовлетворяют прочим стандартным требованиям и имеют гладкую границу. В моделях этого типа, с возрастающей отдачей от масштаба, концепция конкурентного равновесия трансформируется в концепцию MCP-равновесия — равновесия с ценообразованием в производственной сфере по принципу предельных издержек, что при выпуклых технологиях эквивалентно максимизации прибыли. При не выпуклом производстве конкурентные равновесия могут не существовать, в то время как MCP-равновесия существуют. Более того, эти равновесия могут быть эффективны, ибо удовлетворяют необходимым условиям оптимальности. В работе вводится понятие маргинально-договорного состояния (распределения) экономики и доказывается его совпадение с MCP-равновесиями в случае "гладкой" модели. Содержательно, в маргинально-договорном состоянии возможности выбора производственных планов фирм ограничены внутримодельным соглашением — контрактом особого рода — по выбору производственных программ. Механизм выработки этого соглашения в явном виде не определен, но это проблема особого рода, характерная собственно для MCP-равновесий. Предполагается, что корпоративное производственное соглашение это скорее механизм, нежели жесткое обязательство; оно допускает возможность изменения производственных планов при дополнительном условии допустимости каждого маргинального изменения программы "в желательном направлении". При выпуклом производстве маргинально-договорные состояния совпадают как с правильно-договорными (см. [3]), так и с конкурентными равновесными распределениями (для гладкой модели и во внутренней точке).

Работа поддержана грантом РГНФ 02-02-00189 и грантом НШ-80.2003.6.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Макаров. (1982) *Экономическое равновесие: существование и экстремальные свойства.*// Итоги науки и техники: Современные проблемы математики, М.: ВИНИТИ АН СССР. Т. 19. С. 23-58

2. А. Н. Козырев. (1981) *Устойчивые системы договоров в экономике чистого обмена*// Оптимизация. Вып. 29(44). С. 66-78 (Изд. ИМ СО АН СССР, Новосибирск)

3. В. М. Маракулин. (2003) *Договоры и коалиционное доминирование в неполных рынках. Консорциум экономических исследований и образования.* Серия "Научные доклады". 2003. № 02/04. 114 с.

Маракулин Валерий Михайлович,
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (8-383-2) 33-26-83, факс (8-383-2) 32-25-98, e-mail: marakul@math.nsc.ru

# ВЛИЯНИЕ ДИВЕРСИФИКАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ НА ФИНАНСОВУЮ СТРАТЕГИЮ ПРЕДПРИЯТИЯ

О. В. Медведко

Начавшаяся двадцать лет назад конверсия производства увеличила число товаров, выпускаемых предприятиями, причем номенклатура гражданской продукции быстро обновляется. В этой ситуации становится справедливым утверждение о том, что число продуктов $n$, выпускаемых предприятием, велико. Изучению этой, недостаточно исследованной проблемы (см. [1, 2]) посвящен настоящий доклад.

Рассматривается модель производственного предприятия в ситуации, когда цены выпускаемых продуктов $\xi_j$ – случайные величины. Требуется определить максимальный доход A предприятия при заданном уровне риска $\alpha_0 \in [0,1]$, а именно, при стохастическом ограничении $P(\sum_{j=1}^{n} \xi_j x_j - \sum_{i=1}^{m} c_i y_i \geq A) \geq 1 - \alpha_0$ и линейных детерминированных ограничениях на выпуск продукции $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i$ максимизируется величина $A$. Здесь $x_j \geq 0$ – объем производства $j$-го продукта, $y_i \geq 0$ – объем приобретения $i$-го ресурса, $a_{ij}$ – коэффициенты матрицы затрат $i$-го ресурса на производство единицы $j$-го продукта, $b_i$ – объем имеющегося $i$-го ресурса, $c_i$ – фиксированные цены на ресурсы.

Предполагается справедливой

**Гипотеза (Г):** если $\psi_j$ – детерминированная цена j-го продукта, $\eta_j$ – назависимые одинаково распределенные случайные величины, соответствующие возмущениям общего выпуска по каждому продукту $(M\eta_j = 0; D\eta_j = 1)$, то $\sum_{j=1}^{n} \xi_j x_j = \sum_{j=1}^{n} \psi_j x_j + \sum_{j=1}^{n} \eta_j$.

Пусть $t = (n)^{-1/2}(\sum_{i=1}^{m} c_i y_i - \sum_{j=1}^{n} \psi_j x_j + A)$; $F_n(t) = P(S_n \leq t); \delta = Sup|F_n(t) - |\Phi(t)|$. В докладе будет доказано, что при выполнении гипотезы (Г) и предположения о том, что число $n$ удовлетворяет некоторым условиям, можно оценить точное решение исходной задачи, решая задачи линейного программирования вида: максимизировать величину $A$ при линейных детерминированных ограничениях, определенных выше, и а) ограничении $t \leq \Phi^{-1}(\alpha_0 - \delta)$; б) ограничении $t \leq \Phi^{-1}(\alpha_0 + \delta)$, где $\Phi(z)^{-1}$ – функция, обратная к функции распределения нормального закона. Предполагается дать точную формулировку условиям того, что $n$ достаточно велико.

Работа поддержана грантом РФФИ 03-01-00877 и грантом Президента РФ НШ 80.2003.6

## ЛИТЕРАТУРА

1. Юдин Д.Б. (1974) *Математические методы управления в условиях неполной информации.* – М.: Сов. радио.
2. Ермольев Ю.М., Ястремский А.И. (1979) *Стохастические модели и методы в экономическом планировании.* – М.: Наука.

Медведко Олег Викторович,
Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (3832)25-24-51, e-mail: medvedko_o@hotmail.com

# МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ ГЛОБАЛЬНОГО ПОИСКА ДЛЯ РЕШЕНИЯ БИМАТРИЧНОЙ ИГРЫ

А. В. Орлов

В работе рассматривается задача численного поиска ситуации равновесия по Нэшу в биматричной игре [1].

Ситуация $(x^*, y^*) \in S_m \times S_n$ является ситуацией равновесия по Нэшу в биматричной игре $\Gamma(A, B)$ в том и только в том случае, когда она входит в решение $(x^*, y^*, \alpha_*, \beta_*) \in I\!R^{m+n+2}$ следующей задачи математического программирования [2]:

$$\left.\begin{array}{c} F(x, y, \alpha, \beta) \stackrel{\triangle}{=} \langle x, (A+B)y \rangle - \alpha - \beta \uparrow \max \\ x^T B - \beta e_n \le 0_n, \quad x \in S_m, \qquad Ay - \alpha e_m \le 0_m, \quad y \in S_n, \end{array}\right\} \tag{1}$$

где $e_p = (1, 1, ..., 1)^T \in I\!R^p$, $S_p$ — канонический симплекс, $p = m, n$.

Это означает, что для нахождения ситуации равновесия необходимо уметь решать невыпуклую билинейную задачу (1), что представляется достаточно трудной проблемой. Для ее решения в данной работе используется подход, основанный на теории глобального экстремума [3]. А именно, используется стратегия глобального поиска для задач d.c. программирования (см. главу 6 в [3]). Смысл этой стратегии состоит в декомпозиции исходной невыпуклой задачи на последовательность более простых выпуклых задач и задачу аппроксимации поверхности уровня выпуклой функции (новую задачу в оптимизации).

В [4] опубликованы результаты первого варианта реализации этой стратегии для задачи (1) и результаты вычислительного эксперимента. Полученные результаты эксперимента можно, в целом, считать удовлетворительными, однако была отмечена недостаточная точность и скорость решения некоторых задач.

В данной работе предлагается модифицированный алгоритм глобального поиска в задаче (1). Прежде всего стоит отметить, что удалось сократить количество точек в аппроксимации поверхности уровня и, тем самым, намного уменьшить время решения задач. Также были применены некоторые приемы ускорения алгоритма глобального поиска, описание которых можно найти в [3]. В результате была найдена точка равновесия по Нэшу в игре размерности $(85 \times 85)$, а доля задач, которые удалось решить превысила 98%.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Семина Е. А. (1998) *Теория игр.* М.: Высшая школа.

2. Мухамедиев Б.М. (1978) *О решении задачи билинейного программирования и отыскании всех ситуаций равновесия в биматричных играх* // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 1978. Т. 18, № 2. С. 351–359.

3. Стрекаловский А. С. (2003) *Элементы невыпуклой оптимизации.* Новосибирск: Наука.

4. Орлов А. В., Стрекаловский А. С. (2004) *О поиске ситуаций равновесия в биматричных играх* // Автоматика и телемеханика. №2, С.55–68.

Орлов Андрей Васильевич, Институт динамики систем и теории управления СО РАН, ул. Лермонтова, 134, Иркутск, 664033, Россия,
тел. (8-395-2) 51-13-98, факс (8-395-2) 51-16-16, e-mail: anor@icc.ru

# ОБ ОДНОМ ИТЕРАЦИОННОМ ПРОЦЕССЕ, МОДЕЛИРУЮЩЕМ БАНКОВСКУЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

Н. А. Орозбеков

Сегодня коммерческие банки предоставляют достаточно широкий спектр услуг. Жесткая конкуренция заставляет разрабатывать и предлагать клиентам все новые виды банковских продуктов. Но неизменным остается главная, на наш взгляд, функция банка — трансформация сбережений в инвестиции. Здесь банк выступает как посредник, который как бы "покупает" ресурсы у одних лиц и "продает" их другим. В банковской терминологии эти операции называют:

а) привлечение средств в пассивы;

б) формирование портфеля активов.

Один полный цикл (когда банком привлечены средства и вложены в некоторые активы) можно принять за один шаг. Таким образом, функционирование коммерческого банка можно представить в виде итерационного процесса, на каждом шаге которого решаются задачи привлечения и вложения денежных средств.

При этом первый шаг такого процесса будет состоять из трех задач. Первоначально, менеджеры должны решить задачу определения оптимального объема начального капитала $K$, который находится итерациями по величине $K$ (проверяется совместность ограничений задачи нелинейного программирования). При известной величине $K$ решаются задачи оптимизации портфелей пассивов и активов.

В [1] была построена нелинейная модель управления банковскими активами. В качестве компонентов портфеля активов рассматривались: 1) кредиты предприятиям; 2) безрисковые государственные облигации.

В [2] была предложена модель оптимизации пассивов. В качестве пассивов рассматривались: 1) срочные депозиты; 2) вклады до востребования. В обеих моделях, предложенных в [1] и [2], решаются нелинейные задачи математического программирования, похожие на решаемую при нахождении величины $K$.

В докладе будут описаны все этапы итерационного процесса, моделирующего функционирование коммерческого банка и изложен эффективный алгоритм решения базовой нелинейной задачи математического программирования.

Работа поддержана грантом РФФИ № 03-01-00877 и грантом Президента РФ № НШ 80.2003.6

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тайменцева К. С. (2002) *Об одной модели оптимизации активов банка.* Материалы XL международной научной студенческой конференции "Студент и научно-технический прогресс". - Новосибирск, НГУ, С. 185-186.

2. Анцыз С. М., Орозбеков Н. А. (2003) *О некоторых моделях оптимизации деятельности банка.* Материалы всероссийской конференции "Проблемы оптимизации и экономические приложения". - Омск, Наследие. Диалог Сибирь. С. 143.

Орозбеков Нурлан Аскарович,
Институт математики им С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия, тел.(3832)33-00-94,
e-mail:nurlan@gorodok.net

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ В РАМКАХ МОДЕЛЕЙ МАРКОВИЦА И БЛЭКА

А. В. Панюков, Д. А. Жидков

Модели Марковица (Markowitz H.) и Блэка (Black F.) являются общепризнанными классическими моделями портфельного анализа [1]. Однако в случае краткосрочного инвестирования на нестабильных рынках для них характерен ряд существенных ограничений, таких как статичность (отсутствие учета информации о динамике изменения цен и доходностей активов) и др. В докладе рассмотрены возможности инкорпорирования методов динамического прогнозирования в модели Марковица и Блэка.

Если имеется некоторый прогноз значений цен актива $\tilde{p}_i^t$, $i = 1, 2, \ldots, n$ при некоторых дискретных значениях периода прогнозирования $t = 1, 2, \ldots, T$, то, используя эти данные, можно вычислить значение ожидаемой доходности для каждого значения:

$$\tilde{r}_i^t = \frac{\tilde{p}_i^t - p_i^0}{p_i^0} = \frac{\tilde{p}_i^t}{p_i^0} - 1;\ i = 1, 2, \ldots, n;\ t = 1, 2, \ldots, T.$$

По полученным значениям определим средние доходности

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{M}\left\{(\tilde{r}_1^t, \tilde{r}_2^t, \ldots, \tilde{r}_n^t)\right\}_{t=0}^T$$

и скорректированную матрицу ковариаций относительных отклонений, описывающую риск инвестирования

$$\tilde{\mathbf{C}} = (\tilde{c}_{ij})_{i,j=1}^n;\ \tilde{c}_{ij} = \mathbf{cov}\{r_i^t, r_j^t\}_{t=0}^T.$$

Тогда условие модифицированной задачи Блэка формально может быть записано следующим образом:

$$\tilde{V}(\mathbf{x}) = (\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}, \mathbf{x}) \to \min;\ \tilde{E}(\mathbf{x}) = (\tilde{\mathbf{m}}, \mathbf{x}) \geq E_{\min};\ \ (\mathbf{e}, \mathbf{x}) = 1.$$

То же самое относится и к модификации задачи Марковица:

$$\tilde{V}(\mathbf{x}) = (\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}, \mathbf{x}) \to \min;\ \tilde{E}(\mathbf{x}) = (\tilde{\mathbf{m}}, \mathbf{x}) \geq E_{\min};\ (\mathbf{e}, \mathbf{x}) = 1;\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0}.$$

В докладе обсуждаются способы выделения трендов для нахождения прогнозных значений доходностей активов по результатам наблюдений в предшествующие периоды.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Касимов Ю.Ф. (1998) *Основы теории оптимального портфеля ценных бумаг.* – М.: Информационно-издательский дом "Филинъ". – 144 с.

Панюков Анатолий Васильевич, Жидков Дмитрий Андреевич
Южно-Уральский гос. университет, пр. Ленина, 76, 454080, Челябинск, Россия,
тел. (3512) 67-90-47, факс (3512) 67-90-47, e-mail: pav@susu.ac.ru

# ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ МОДЕЛИ ЭРРОУ–ДЕБРЕ С ЭНДОГЕННЫМ ФОРМИРОВАНИЕМ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

А. В. Сидоров

В основе исследования лежит классическая модель Эрроу–Дебре

$$\mathcal{E} = \langle N,\ M,\ \{X_i,\ \succcurlyeq_i,\ \omega^i\}_{i\in N},\ \{Y_j\}_{j\in M},\ \{\theta_{ij}\}_{i\in N, j\in M}\rangle,$$

где $N$ — множество потребителей, $X_i$ — потребительские множества с заданными на них отношениями предпочтения $\succcurlyeq_i$, $\omega^i$ — индивидуальные начальные запасы потребителей, $M$ — множество фирм, $Y_j$ — технологические множества, а величины $\theta_{ij}$, обозначают долю участия потребителя $i \in N$ в прибыли фирмы $j \in M$ (см. [1, стр. 108]). При этом параметры $\theta_{ij}$ заданы экзогенно, т. е. определены в некоторой «предыстории» и уже не могут быть изменены самим владельцем этих активов.

В настоящей работе предпринята попытка модификации модели Эрроу–Дебре таким образом, чтобы механизм формирования инвестиционных портфелей соответствовал принципам рационального поведения инвесторов, при максимально возможном сохранении всех остальных характеристик и черт исходной модели. Для этого, в отличие от статической модели Эрроу–Дебре, процессы производства и потребления предполагаются развёртывающимися во времени, в простейшем случае — на временном интервале $[0, 1]$, причём цены в начале $\mathbf{p}^0$ и конце $\mathbf{p}^1$ периода, вообще говоря, различны. При этом, начало производственного процесса и, тем самым, производственные издержки, связанные с приобретением сырья, относятся к началу периода, а получение конечной продукции и прибыли — к концу периода. Как и в классической модели, целью производителя является максимизация величины чистой прибыли. Заметим, что с учётом дисконтирования по ставке усреднённой доходности *приведённая чистая прибыль* всего производственного сектора становится равной нулю. Что касается задачи потребителя, то так же как и в классической модели, она заключается в максимизации полезности потребительского плана на бюджетном множестве, которое имеет более сложную структуру, поскольку теперь следует учитывать бюджетные ограничения как в начале периода, так и в конце и, кроме того, в число решений, принимаемых потребителем входит сумма, инвестируемая в производство в начале периода, с целью получения прибыли в конце временного интервала в соответствии с безарбитражной процентной ставкой. Результатом работы является доказательство теоремы существования равновесия в этой модели в предположениях, близких к классическим.

Работа поддержана грантом РГНФ 02-02-00189 и грантом НШ-80.2003.6.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К. Алипрантис, Д. Браун, О. Бёркеншо. (1995) *Существование и оптимальность конкурентного равновесия.* М.: Мир.

Сидоров Александр Васильевич,
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (8-383-2) 33-26-83, факс (8-383-2) 32-25-98, e-mail: sidorov@math.nsc.ru

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОСЛЕДСТВИЙ ВОЗМУЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

А. Е. Трубачева

Исследуется задача оптимизации удельного потребления в ситуации, когда производственная функция инвестора возмущена функцией из класса $C^2$. Установлено, что "слабые" возмущения производственной функции могут потребовать "скачок" объема инвестиций для поддержания производства. Анализ реальной информации подтверждает приведенные теоретические выводы.

Рассматривается история функционирования группы предприятий одного машиностроительного министерства [1]. Вид производственной функции $f(k)$ не задан, поэтому рассматриваются несколько ее моделей: $f_1(k) = ak^2 + bk + c, f_2(k) = (a_\varepsilon k^2 + b_\varepsilon k + c_\varepsilon)(1 + \varepsilon^2 \sin \frac{k}{\varepsilon}), f_3(k) = a\sqrt{k}, f_4(k) = a_\varepsilon \sqrt{k}(1 + \varepsilon^2 \sin \frac{k}{\varepsilon})$. Коэффициенты $a, b, c, a_\varepsilon, b_\varepsilon, c_\varepsilon$ находятся методом наименьших квадратов, минимизируя функционал $G(k_i) = \sum\limits_i (f(k_i) - y_i)^2$ по переменным $a, b, c, a_\varepsilon, b_\varepsilon, c_\varepsilon$.

Определяется величина доли $s$, которая должна была быть направлена на инвестиции по предложенному в работе методу. Сравнивая полученные значения с реальными [1], получаем, что эти значения существенно меньше, чем найденное аналитически "оптимальное" значение величины доли инвестиций $s^*$. Известно, что отрасль машиностроения уменьшила выпуск в 1995 г. в сопоставимых ценах по сравнению с 1990 г. более, чем в 2 раза [2]. Проведенный выше анализ подтверждает необходимость соблюдения "золотого правила" Е. Фелпса о том, что инвестиции в основные фонды должны равняться доходу, получаемому от капитала.

Если производственная функция имеет вид $f(k) = a\sqrt{k}$, где $a = const > 0$, тогда в случае возмущения для управления, гарантирующего рост дохода, необходимо увеличение доли дохода, выделяемой на инвестиции.

**Утверждение.** Существуют производственные функции, малые возмущения которых приводят к необходимости значительного увеличения доли инвестиций для поддержания экономики.

Полученные в работе результаты для возмущенного случая существенно превышают оценку снизу $\varepsilon^2$. С ростом темпа амортизации $\mu$ "скачок" доли инвестиций $s$, необходимый для поддержания производства, растет, т.е. быстрое обновление фондов влечет "скачок" объема инвестиций.
Работа поддержана грантом РФФИ 03-01-00877 и грантом НШ-80.2003.6.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Анцыз С. М., Донсков И. В., Маршак В. Д., Чупин В. Г. (1990) *Оптимизация системных решений в распределенных базах данных.* Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние.
2. *Российский статистический ежегодник: Статистический сборник*/Госкомстат России, Москва, 2000.

Трубачева Анна Евгеньевна,
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Ак. Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия,
тел. (3832)33-00-94, факс (3832)33-25-98, e-mail:aetrub@yandex.ru

# ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОПТИМИЗАЦИИ ЛИЗИНГОВЫХ ПЛАТЕЖЕЙ

В. И. Шмырёв, И. А. Сафронова

В работе [1] рассматривалась задача оптимизации лизинговых платежей. Речь идёт об исследовании сдедующей схемы финансового лизинга. Лизингодатель, используя кредит банка, приобретает предмет лизинга и передаёт его в пользование лизингополучателю, который в течение срока действия договора лизинга выплачивает лизингодателю лизинговые платежи, а по его завершении приобретает предмет лизинга по остаточной стоимости. По заранее оговоренному графику, лизингодатель рассчитывается по кредиту с банком и платит налоги. Задача состоит в том, чтобы организовать выплату лизинговых платежей так, чтобы их приведенная сумма была минимальна, а лизинговая компания не испытывала трудностей с выплатой кредита и налогов.

Математическое моделирование задачи приводит к некоторой нелинейной задаче математического программирования, которая, как показано в [1], может быть переформулирована в виде линейной оптимизационной задачи, но при наличии условий комплементарности.

В докладе приводится способ сведения рассматриваемой задачи к обычной задаче линейного программирования. Число ограничений этой задачи быстро растёт с ростом числа переменных, а сама система ограничений обладает структурной вырожденностью. Для решения задачи рассматривается возможность применения известного метода одновременного решения прямой и двойственной задачи [2].

Работа поддерживается грантом РФФИ № 03-01-00877 и грантом Президента РФ № НШ 80.2003.6

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шмырёв В. И., Осадчий М. С. (2001) *Задача оптимизации лизинговых платежей*// Сибирский журнал индустриальной математики, июль – декабрь 2001. Том IV, № 2(8), с. 205 – 211.
2. Дж. Данциг. (1996) *Линейное программироваине. Его применения и обобщения.* М.: Изд. "Прогресс", с. 243 – 248.

Шмырёв Вадим Иванович, Институт математики СО РАН,
пр. Коптюга, 4, Новосибирск, 630090, Россия, (8-383-2) 33-00-94,
факс (8-383-2) 33-25-98, e-mail: shvi@math.nsc.ru

Сафронова Ирина Алексеевна, Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090. Россия, (8-383-2) 39-72-79