# АППРОКСИМИРУЕМОСТЬ НЕКОТОРЫХ NP-ТРУДНЫХ ВАРИАНТОВ ЗАДАЧ ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ С ЖЕСТКИМИ ЗАДЕРЖКАМИ

А.А. Агеев, М.А. Иванов

В работе исследуются частные случаи двух двухстадийных задач теории расписаний с жесткими задержками, в которых задержки могут принимать либо одно, либо не более двух различных значений. Полученные в работе верхние и нижние оценки аппроксимируемости улучшают аналогичные оценки, установленные в [1] для тех же задач в общем случае. В рассматриваемых задачах задано множество $J = \{1, \ldots, n\}$ независимых работ. Каждая работа $j \in J$ состоит из первой и второй операций, на выполнение которых требуется $a_j$ и $b_j$ единиц времени соответственно. Для каждой работы $j \in J$ задана величина $l_j \in \mathbb{Z}_+$, называемая задержкой. Выполнение второй операции работы $j \in J$ должно начинаться точно по истечении $l_j$ единиц времени после окончания выполнения первой операции. В первой задаче все операции каждой работы выполняются на одной машине, во второй — на двух машинах, причем первая операция каждой работы выполняется на первой машине, а вторая на второй (потоковая конвейерная схема или FLOW SHOP). В стандартной трехместной системе обозначений задач теории расписаний рассматриваемые задачи записываются следующим образом: задача на одной машине как $1 \mid \text{exact } l_j \mid C_{\max}$, задача на двух машинах как $F2 \mid \text{exact } l_j \mid C_{\max}$.

Известно [2], что $1 \mid \text{exact } l_j \mid C_{\max}$ NP-трудна в сильном смысле даже в случае когда $l_j = L$ для всех работ $j \in J$. В настоящей работе установлен более сильный результат: показано, что существование полиномиального алгоритма с оценкой точности $1.25 - \varepsilon$ для решения задачи $1 \mid \text{exact } l_j = L \mid C_{\max}$ влечет P=NP. Кроме того, показано, что алгоритм, предложенный в [1] для общей задачи применительно к задаче $1 \mid \text{exact } l_j = L \mid C_{\max}$ имеет лучшие оценки точности: 2.5 в случае произвольных $a_j$ и $b_j$, 2 в случаях $a_j \leq b_j$ и $a_j \geq b_j$ для всех $j \in J$ и 1.5 в случае $a_j = b_j$ для всех $j \in J$.

Для задачи $F2 \mid \text{exact } l_j \mid C_{\max}$ показано, что существование полиномиального алгоритма с оценкой точности $1.25 - \varepsilon$ для частного случая, где $l_j \in \{0, L\}$ при всех $j \in J$, влечет P=NP. Кроме того, для этого частного случая построен алгоритм с временной сложностью $O(n^2)$ и оценкой точности 2.

Работа поддержана грантами РФФИ 05-01-00960, 06-01-00255.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A.A. Ageev, A.V. Kononov, Approximation algorithms for scheduling problems with exact delays. // Lecture Notes in Computer Science 4368 (Proceedings of WAOA 2006), 1–14.

2. A. J. Orman, C. N. Potts, On the complexity of coupled-task scheduling.// Discrete Appl. Math. 72 (1997), 141–154.

---

Агеев Александр Александрович, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, пр. академика Коптюга 4, Новосибирск, 630090, Россия, тел.: 8(383)333-2086, факс: 8(383)333-2598, e-mail: ageev@math.nsc.ru