АЛГОРИТМ С ОЦЕНКАМИ ДЛЯ ЗАДАЧИ FLOW SHOP С МИНИМАЛЬНЫМИ ЗАДЕРЖКАМИ И ПРОЦЕССОРНО-НЕЗАВИСИМЫМИ ДЛИТЕЛЬНОСТЯМИ ОПЕРАЦИЙ

А.А. Агеев

Рассматривается задача типа FLOW SHOP (потоковая конвейерная схема) на двух машинах с минимальными задержками. В задаче дано множество $J = \{1, \ldots, n\}$ независимых работ. Каждая работа $j \in J$ состоит из первой и второй операций (на первой и второй машине), на выполнение которых требуется a_j и b_j единиц времени соответственно. Кроме того, для каждой работы $j \in J$ задана неотрицательная величина l_j, называемая задержкой. Выполнение второй операции работы $j \in J$ должно начинаться не ранее, чем по истечении l_j единиц времени после окончания выполнения первой операции. Требуется минимизировать длину расписания. В стандартной трехместной системе обозначений задач теории расписаний исследуемая задача записывается как $F2 \mid l_j \mid C_{\max}$.

Известно [2,3], что задача $F2 \mid l_j \mid C_{\max}$ NP-трудна в сильном смысле даже в случае единичных длительностей всех операций. Делл Амико в 1996 г. [1] предложил четыре алгоритма для задачи $F2 \mid l_j \mid C_{\max}$ с одной и той же оценкой точности 2 и временной сложности $O(n \log n)$. С тех пор этот результат не улучшался, хотя вопрос о существовании полиномиальных алгоритмов с лучшей оценкой точности ставился рядом исследователей.

В настоящей работе построен алгоритм с временной сложностью $O(n^2)$ и оценкой точности 3/2 для случая, когда длительность операции каждой работы не зависит от номера машины, т. е. $a_j = b_j$ при всех $j \in J$. Алгоритм вначале перенумеровывает работы так, чтобы выполнялось условие $a_j + l_j \leq a_{j+1} + l_{j+1}$ для всех $j \in J \setminus \{n\}$. Затем он строит n допустимых расписаний таким образом, что последовательность выполнения работ на второй машине у всех этих расписании одна и та же — $1, 2, \ldots, n$, а последовательность выполнения работ на первой машине зависит от расписания и состоит из двух переставленных местами отрезков последовательности на второй машине. При анализе алгоритма фундаментальную роль играет нетривиальное обобщение нижней границы на длину оптимального расписания, установленной в [2,3].

Работа поддержана грантами РФФИ 05-01-00960, 06-01-00255.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Dell'Amico, Shop problems with two machines and time lags, Operations Research 44 (1996), 777–787.
2. W. Yu, The two-machine shop problem with delays and the one-machine total tardiness problem, Ph.D. thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1996.
3. W. Yu, H. Hoogeveen, J. K. Lenstra, Minimizing makespan in a two-machine flow shop with delays and unit-time operations is NP-hard. J. Sched. 7 (2004), no. 5, 333–348.

Агеев Александр Александрович, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, пр. академика Коптюга 4, Новосибирск, 630090, Россия, тел.: 8(383)333-2086, факс: 8(383)333-2598, e-mail: ageev@math.nsc.ru