ОБ УСЛОВИЯХ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОЙ ВЕКТОРНОЙ ЛЕКСИКОГРАФИЧЕСКОЙ БУЛЕВОЙ ЗАДАЧИ

Е. Е. Гуревский, В. А. Емеличев

Пусть $X \subseteq \mathbf{E}^n = \{0,1\}^n,\ C_i$ – i-я строка матрицы $C = [c_{ij}]_{m\times n} \in \mathbf{R}^{m\times n},\ i \in N_m = \{1,2,\dots,m\},\ f(x,C) = (|C_1x|,|C_2x|,\dots,|C_mx|)$.

Под лексикографической m-критериальной булевой задачей оптимизации $Z^m(C)$: $\mathrm{lex}\ \min\{f(x,C):\ x \in X\},\ m \geq 1$, будем понимать задачу поиска лексикографического множества $L^m(C) = \{x \in X:\ \forall\ x' \in X \quad (f(x',C)\ \overline{\prec}\ f(x,C))\}$, где $\overline{\prec}$ – отрицание лексикографического доминирования $\prec$, заданного в критериальном пространстве $\mathbf{R}^m$ по правилу $y \prec y' \iff y_k < y'_k,\ k = \min\{i \in N_m:\ y_i \neq y'_i\},\ y = (y_1,y_2,\dots,y_m) \neq y' = (y'_1,y'_2,\dots,y'_m)$.

Исследуются два типа устойчивости задачи к вариациям исходных данных, т. е. элементов матрицы C. Следуя [1], задачу $Z^m(C)$ назовем устойчивой, если $\{\varepsilon > 0:\ \forall\ C' \in \Omega(\varepsilon)\ \ (L^m(C+C') \subseteq L^m(C))\} \neq \emptyset$, и соответственно – квазиустойчивой, если $\{\varepsilon > 0:\ \forall\ C' \in \Omega(\varepsilon)\ \ (L^m(C) \subseteq L^m(C+C'))\} \neq \emptyset$. Здесь $\Omega(\varepsilon) = \{C' \in \mathbf{R}^{m\times n}:\ ||C'|| < \varepsilon\}$. Понятно, что при выполнении равенства $L^m(C) = X$ задача $Z^m(C)$ устойчива. Задачу $Z^m(C)$, для которой множество $X \backslash L^m(C)$ непусто, назовем нетривиальной.

Положим $L^m_1(C) = \mathrm{Arg}\min\{|C_1x|:\ x \in X\},\ \mathbf{0}_{(n)} = (0,0,\dots,0)^T \in \mathbf{R}^n$.

Теорема 1. Если $\mathbf{0}_{(n)} \notin X$, то нетривиальная задача $Z^m(C)$ устойчива тогда и только тогда, когда $L^m(C) = L^m_1(C)$. Если $\mathbf{0}_{(n)} \in X$, то задача $Z^m(C)$ устойчива при любой матрице $C \in \mathbf{R}^{m\times n}$.

Теорема 2. Если $\mathbf{0}_{(n)} \notin X$, то задача $Z^m(C)$ квазиустойчива тогда и только тогда, когда $|L^m(C)| = |L^m_1(C)| = 1$. Если $\mathbf{0}_{(n)} \in X$, то задача $Z^m(C)$ квазиустойчива тогда и только тогда, когда $L^m(C) = \{\mathbf{0}_{(n)}\}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Емеличев, Д.П. Подкопаев. Устойчивость и регуляризация векторных задач целочисленного линейного программирования // Дискрет. анализ и исслед. операций. Сер. 2. 2001. Т. 8. № 1. С. 47-69.

Гуревский Евгений Евгеньевич, Емеличев Владимир Алексеевич,
Белорусский государственный университет,
пр. Независимости 4, Минск, 220050, Беларусь, тел. (+375-17) 262-37-50.
e-mail: eugen_eugen@tut.by, emelichev@bsu.by