

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА НЬЮТОНА

Ю. Г. Евтушенко, А. И. Голиков

Большие задачи линейного программирования (ЛП), как правило, имеют неединственное решение. Различные методы решения задач ЛП (симплекс-метод, метод внутренних точек, метод квадратичной штрафной функции) дают возможность получать различные решения в случае неединственности. Так симплекс-метод дает решение, которое принадлежит вершине многогранного множества. Методы внутренней точки сходятся к решению, в котором выполнено условие строгой дополняющей нежесткости. Метод внешней квадратичной функции дает возможность найти точное нормальное решение. Предлагается метод решения задач ЛП, использующий новые вспомогательные функции типа модифицированной функции Лагранжа. Его применение к двойственной задаче ЛП дает возможность получить точную проекцию заданной точки на множество решений прямой задачи ЛП в результате однократной безусловной минимизации вспомогательной кусочно квадратичной функции, начиная с некоторого значения коэффициента штрафа. Подставляя найденную проекцию во вспомогательную функцию и вновь минимизируя ее, находим некоторое точное решение двойственной задачи линейного программирования. Аналогично показано как, применяя вспомогательную квадратичную функцию к прямой задаче ЛП, при конечном значении коэффициента штрафа получить точную проекцию заданной точки на множество решений двойственной задачи ЛП. Предложен простой итеративный процесс, в котором, начиная с произвольного коэффициента штрафа, получаются точные решения прямой и двойственной задачи за конечное число шагов. Применение обобщенного метода Ньютона для минимизации введенных вспомогательных функций дает возможность находить решения для задач ЛП с очень большим числом неизвестных при умеренном числе ограничений. Метод был реализован в системе MATLAB. Вычислительные эксперименты показали высокую эффективность метода при решении задач ЛП с большим числом неизвестных (несколько десятков миллионов) и средним числом ограничений (несколько тысяч). Время решения таких задач на компьютере Р-IV с тактовой частотой 2.6 ГГц составляло от нескольких десятков сек. до полутора часов. Сравнение с некоторыми известными коммерческими (например, CPLEX) и исследовательскими программами показали полное преимущество программной реализации нового метода в системе MATLAB при решении задач большой размерности и близкие результаты по времени решения задач малой размерности. Метод хорошо поддается распараллеливанию. Как показали эксперименты число ограничений в задаче ЛП при использовании 8 процессоров можно увеличить до 30 тысяч.

Работа поддержана грантом РФФИ 06-01-00547 и Программой поддержки ведущих научных школ НШ-2240.2006.1.

Евтушенко Юрий Гаврилович, Вычислительный центр им А.А.Дородницына РАН, ул. Вавилова 40, Москва, 119991, Россия, тел. (495) 135-00-20. E-mail: evt@ccas.ru

Голиков Александр Ильич, Вычислительный центр им А.А.Дородницына РАН, ул. Вавилова 40, Москва, 119991, Россия, тел. (495) 135-61-61. E-mail: gol@ccas.ru