ПРИЖИМАЮЩИЕ ОТОБРАЖЕНИЯ

С. А. Гальперин

Определение (автор) Неподвижное на $M \subseteq R^n$ отображение $\varphi : R^n \to R^n$ назовем прижимающим к M, если $\forall x \notin M \quad |\varphi(x) - M| < |x - M|$, где $|x - M| = \inf\limits_{y \in M} |x - y|$.

Класс представляет интерес, как расширение класса фейеровских отображений [1,2]. Напомним, что итерационная последовательность, порожденная замкнутым фейеровским отображением, сходится.

Теорема 1 Пусть φ - замкнутое отображение, прижимающее к ограниченному M в R^n, $x_0 \in R^n$, $x_n = \varphi(x_{n-1})$. Тогда $\{x_n\}'$ - связное непустое подмножество M. В частности, либо $\{x_n\}$ сходится к точке M, либо имеет не менее континуума предельных точек в M.

Напомним, что M является множеством положительной достижимости [3], если $\exists r > 0 : M + rB \subseteq \mathrm{Unp}(M)$, где $\mathrm{Unp}(M)$ - множество точек $x \in R^n$ с единственной проекцией $\pi_M(x)$ на M, а B - единичный шар. Выпуклые множества и C^2-многообразия [3] лежат в этом классе.

Теорема 2 Пусть φ - замкнутое отображение, прижимающее к ограниченному множеству положительной достижимости M в R^n, $x_0 \in R^n$, $x_{n+1} = \varphi(x_n)$ и $\bigcup\limits_{n=0}^{\infty} [x_n, x_{n+1}] \cap M = \emptyset$. Пусть также выполняется условие (*) $\exists N,\ \alpha > 0 : \quad \forall x \in \{x_n\}\,,\ n > N \quad \cos\left(\varphi(x) - \widehat{x, \pi}_M(x) - x\right) > \alpha$. Тогда x_n сходится к точке M.

Замечание Если $M \subseteq R^n$ - телесно, то замкнутые M-фейеровские отображения удовлетворяют (*).

При поддержке гранта Президента РФ, проект НШ-5595.2006.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васин В.В., Еремин И.И. Операторы и итерационные процессы фейеровского типа. Теория и приложения. Екатеринбург: УрО РАН, 2005.

2. Еремин И.И., Мазуров В.Д. Нестационарные процессы математического программирования, М.: "Наука", 1979.

3. Federer H., Curvature Measures // Trans. Amer. Math. Soc. 93, 3 (1959), 418-493.

Гальперин Семен Александрович, Уральский Государственный Университет, Тургенева 4, Екатеринбург, 620083, Россия, тел. 8-902-253-39-40, e-mail: senyag@hotmail.com