ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ СЕМЕЙСТВА ГИПЕРПЛОСКОСТЕЙ, РАЗДЕЛЯЮЩИХ ПОЛИЭДРЫ

А. И. Голиков, Ю. Г. Евтушенко

Рассматривается задача о численном нахождении семейства гиперплоскостей, разделяющих два непересекающихся непустых полиэдра (многограные множества), которые заданы с помощью систем линейных неравенств. В основе численного метода лежит теорема И.И. Еремина о гиперплоскости, разделяющей полиэдры (теорема 10.1 в [1]). Нормаль и сдвиг разделяющей гиперплоскости выражаются через произвольное решение некоторой системы, являющейся альтернативной к несовместной системе. Эта несовместная система состоит из двух совместных подсистем, каждая из которых определяет непустой полиэдр. Система несовместна, так как эти полиэдры не пересекаются. Построение разделяющих гиперплоскостей существенно опирается на теоремы об альтернативах. Любое решение альтернативной системы определяет *одно* семейство разделяющих гиперплоскостей для двух полиэдров, заданных на всем пространстве. В случае полиэдров, заданных с помощью системы линейных неравенств на неотрицательном ортанте, любое решение альтернативной системы определяет уже *два различных* семейства разделяющих гиперплоскостей. Изучен вопрос о том, как из альтернативной системы выделить такое решение, которое дает семейство гиперплоскостей максимальной толщины, совпадающей с минимальным расстоянием между полиэдрами. Рассмотрено применение нормального решения альтернативной системы для построения семейства разделяющих гиперплоскостей. Нормальное решение находится из решения задачи безусловной минимизации невязки несовместной системы неравенств, задающей оба полиэдра. Как правило, число переменных в задаче безусловной минимизации существенно меньше, чем в альтернативной совместной системе. Поэтому такие расчеты менее трудоемки, чем нахождение решения альтернативной системы. Для решения задачи безусловной минимизации предлагается использовать обобщенный метод Ньютона, который для данной задачи сходится за конечное число шагов. Этот метод реализован в системе MATLAB и показал высокую эффективность при решении тестовых задач большой размерности, когда число линейных неравенств, задающих полиэдры, достигает несколько миллионов [2].
Работа поддержана грантом РФФИ 06-01-00547 и Программой поддержки ведущих научных школ НШ-2240.2006.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин И.И. Теория линейной оптимизации. Екатеринбург: УрО РАН, 1998.

2. Голиков А.И., Евтушенко Ю.Г., Кетабчи С. О семействах гиперплоскостей, разделяющих полиэдры // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2005. Т. 45, № 2. С. 238–253.

Голиков Александр Ильич, Вычислительный центр им А.А. Дородницына РАН, ул. Вавилова 40, Москва, 119991, Россия, тел. (495) 135-61-61. E-mail: gol@ccas.ru

Евтушенко Юрий Гаврилович, Вычислительный центр им А.А. Дородницына РАН, ул. Вавилова 40, Москва, 119991, Россия, тел. (495) 135-00-20. E-mail: evt@ccas.ru