

# ПРИМЕНЕНИЕ СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ С НОВЫМИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ

А. Ю. Горнов

Техника сплайн-аппроксимации применяется во многих областях вычислительной математики уже более сорока лет. Успех этой математической конструкции обусловлен рядом весьма удачных ее особенностей: глобальным характером приближения таблично заданных функций, надежностью вспомогательных алгоритмов, достаточно высокой локальной точностью аппроксимации, хорошо исследованными теоретическими свойствами (см., напр., [1,2]). Наиболее популярными в практических приложениях, несомненно, являются кубические сплайны. В то же время, нельзя не отметить, что при конструировании алгоритмов оптимизации сплайн-аппроксимации используются достаточно редко. В докладе рассматриваются возможности создания с применением кубических сплайнов алгоритмов с новыми свойствами и некоторые программные реализации алгоритмов.

Для задачи поиска корня нелинейного уравнения, часто возникающей в качестве вспомогательной задачи в более сложных алгоритмах, с применением сплайн-аппроксимации разработан алгоритм с кубической скоростью сходимости, позволяющий получать двухсторонние оценки области локализации корня как по аргументу, так и по значению функции. Проведенное тестирование подтвердило теоретический вывод о достаточно высокой эффективности и надежности алгоритма. Практически во всех задачах из рассмотренного пакета тестов алгоритм потребовал меньшего числа вычислений функции, чем широко известный алгоритм ZEROIN ([2]), играющий для данного класса задач роль эталонного.

Для задачи поиска глобального экстремума одномерной функции разработан комбинированный алгоритм, включающий локальное уточнение минимумов с кубической скоростью на основе сплайна и технику гарантированного покрытия интервала на классе функций с ограниченной скоростью роста. С применением сплайн-аппроксимации возможно получить достаточно точную оценку константы Липшица минимизируемой функции, что позволяет применять в расчетах значительно меньшие значения страховочных коэффициентов. Реализованный алгоритм во всех ситуациях оказался эффективнее эталонного алгоритма Р.Г. Стронгина ([3]). Кроме того, сплайн-оценка производных позволяет встраивать в алгоритм механизмы верификации решения: проверку выполнения условий оптимальности локальных экстремумов как первого, так и второго порядка, оценку размеров областей притяжения экстремумов, дополнительные критерии остановки на основе сравнения двух последовательных аппроксимирующих сплайнов, оценку вероятности появления ненайденного экстремума.

Работа поддержана грантами РФФИ 06-01-00247, 06-07-89215, 07-07-00265 и РГНФ 07-02-12112в.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам.- М., Радио и связь, 1985.
2. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М., Мир, 1980.
3. Стронгин Р.Г. Численные методы многоэкстремальной оптимизации. М., Наука, 1978.

---

Горнов Александр Юрьевич, Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Лермонтова, 134, Иркутск, 664033, Россия, тел. (8-3952) 51-03-03, факс (8-3952) 51-16-16, E-mail: gornov@ok.ru