

К ЗАДАЧЕ О МАКСИМАЛЬНОЙ ВЗВЕШЕННОЙ КЛИКЕ

Т. В. Груздева, А. А. Кузнецова

В работе рассматривается известная задача поиска максимальной взвешенной клики в графе $G(V, E)$ в новой непрерывной постановке в виде оптимизационной задачи с одним д.с. ограничением-неравенством:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{1}{w_i} x_i^2 \downarrow \min, \quad x \in S, \\ F(x) = \langle x, Bx \rangle \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (P)$$

где $S = \left\{ x \geq 0 \mid \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right\}$, а матрица $B(G, \omega) = \| b_{ij} \|_{(n \times n)}$ имеет вид:

$$b_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{2w_i} + \frac{1}{2w_j}, & \text{если } i \neq j, \quad (i, j) \notin E; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Пусть $C \subset V$ и $W(C) = \sum_{i \in C} w_i$. Определим взвешенный характеристический вектор $z(C, w)$ множества C следующим образом:

$$z(C, w)_i = \begin{cases} \frac{w_i}{W(C)}, & \text{если } i \in C, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Теорема. Пусть задан простой граф G , и $w \in R^n$ — произвольный вектор с положительными компонентами. Множество C образует максимальную взвешенную клику в графе G тогда и только тогда, когда вектор $z(C, w)$ является глобальным решением задачи (P).

Для решения задачи (P) применяется стратегия глобального поиска для задач с д.с. ограничением [1], основными этапами которой являются локальный поиск [1]–[3], решение линеаризованных задач и построение аппроксимаций поверхности уровня выпуклой функции. Разработанный алгоритм протестирован на задачах о максимальной взвешенной клике и проведено сравнение с результатами из [4].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №05-01-00110 и Фонда содействия отечественной науке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрекаловский А.С. (2003) *Элементы невыпуклой оптимизации*. — Новосибирск: Наука.
2. Kuznetsova A.A., Strekalovsky A.S. (2001) *On solving the maximum clique problem* // Journal of Global Optimization. — V. 21, N. 3. — P. 265–288.
3. Груздева Т.В., Стрекаловский А.С. (2007) *Локальный поиск в задачах с невыпуклыми ограничениями* // ЖВММФ. — Т. 47, № 3. — С. 397–413.
4. Mannino C., Stefanutti E. (1999) *An augmentation algorithm for the maximum weighted stable set problem* // Comput. Optimization and Applications. — V. 14 (3). — P. 367–381.

Груздева Татьяна Владимировна, Кузнецова Антонина Александровна
Институт Динамики систем и Теории Управления СО РАН,
ул. Лермонтова 134, Иркутск, 664033, Россия,
тел. (8-395-2) 51-13-98, факс (8-395-2) 51-16-16,
E-mail: yak@icc.ru, kuznet@icc.ru