АЛГОРИТМЫ ДЕКОМПОЗИЦИИ БЕНДЕРСА ДЛЯ ДВУХСТАДИЙНОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ

А. А. Колоколов, Т. В. Леванова, А. С. Федоренко

Среди исследований по оптимизации размещения предприятий важное место занимает двухстадийная задача [1], которая состоит в следующем. Имеются множества предприятий $L = \{1, \ldots, k\}$ (нижний уровень, стадия производства) и $I = \{1, \ldots, m\}$ (верхний уровнь, стадия продажи), выпускающих некоторую продукцию, а также множество ее потребителей $J = \{1, \ldots, n\}$. Каждое предприятие верхнего уровня связано с несколькими предприятиями нижнего уровня: $g_{il} = 1$, если предприятия i и l связаны, в противном случае $g_{il} = 0$, $i \in I$, $l \in L$. Предполагается, что каждый потребитель обслуживается только одним предприятием верхнего уровня, однако такое предприятие может удовлетворить спрос любого потребителя. Для открытия предприятия верхнего уровня необходимо, чтобы действовали все связанные с ним предприятия нижнего уровня. Заданы стоимости открытия предприятий $d_i \geq 0$ и $f_l \geq 0$ верхнего и нижнего уровней, соответственно, $i \in I$, $l \in L$. Известны затраты c_{ij} на удовлетворение спроса потребитилей, $i \in I$, $j \in J$. Требуется найти набор предприятий, удовлетворяющий спрос всех потребителей с минимальными суммарными затратами.

Введем переменные: $z = (z_i)$, $y = (y_l)$, $X = (x_{ij})$, $i \in I$, $j \in J$, $l \in L$. Полагаем $z_i = 1$, если предприятие i верхнего уровня открыто, иначе $z_i = 0$. Аналогично определяются переменные y_l для предприятий нижнего уровня. Кроме того, $x_{ij} = 1$, если предприятие i удовлетворяет спрос потребителя j, в противном случае $x_{ij} = 0$.

Модель целочисленного линейного программирования для этой задачи имеет вид:

$$F(z, y, X) = \sum_{i \in I} d_i z_i + \sum_{l \in L} f_l y_l + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \ j \in J,$$

$$z_i \geq x_{ij}, \ i \in I, \ j \in J,$$

$$y_l \geq g_{il} z_i, \ i \in I, \ l \in L,$$

$$x_{ij}, \ y_l, \ z_i \in \{0, 1\}, \ i \in I, \ j \in J, \ l \in L.$$

Для данной задачи разработан ряд алгоритмов, основанных на декомпозиции Бендерса и переборе L-классов с учетом специфики задачи, проведен анализ алгоритмов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Береснев В.Л. Дискретные задачи размещения и полиномы от булевых переменных.– Новосибирск: Издательство Института математики, 2005.

2. Колоколов А.А., Леванова Т.В. Задачи оптимального размещения предприятий и метод декомпозиции Бендерса. Учеб.-метод. пособие.– Омск: Омск. гос. ун-т, 2004.

Колоколов Александр Александрович, Леванова Татьяна Валентиновна, Федоренко Анатолий Сергевич, Омский филиал Института математики СО РАН, Певцова, 13, Омск, 644099, Россия, тел. (8-381-2) 23-67-39, факс (8-381-2) 23-45-84. E-mail: kolo@ofim.oscsbras.ru, levanovat@mail.ru, fas.omsk@mail.ru