ВЕРШИНЫ И ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЕ ТОЧКИ МНОГОГРАННИКА МНОГОИНДЕКСНОЙ АКСИАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ

М. К. Кравцов, Е. В. Лукшин

Популярность полиэдральной комбинаторики в наше время, прежде всего, объясняется возможностью применения ее аппарата для оценки трудоемкости методов оптимизации и перспективами построения на ее основе эффективных алгоритмов.

Наиболее глубоко исследуются многогранники задач транспортного типа ввиду того, что эти задачи находят многочисленные применения в различных областях науки, техники, экономики и управления. Для решения двухиндексных транспортных задач разработаны простые и эффективные методы. Однако перенесение этих методов на многоиндексные транспортные задачи (особенно в целочисленной постановке) вызывает значительные вычислительные трудности, которые связаны со сложным строением вершин многогранников названных задач [1, 2].

В настоящей работе для p-индексного аксиального транспортного многогранника (p-АТМ) порядка $n_1 \times n_2 \times ... \times n_p,\ n_1, n_2, \dots n_p > 1,\ p \geq 2$, определенного целочисленными векторами (терминологию см. в [1, 2]), исследуются комбинаторные свойства, касающиеся его целочисленных точек (ЦТ), целочисленных вершин (ЦВ) и нецелочисленных вершин.

Предложен подход к определению числа ЦТ p-АТМ порядка $n_1 \times n_2 \times ... \times n_p$. С использованием этого подхода доказаны критерии принадлежности p-АТМ веса k к классам с минимальным, "почти" минимальным (т.е. со следующим за минимальным) и максимальным числом ЦТ. Выделены следующие классы p-АТМ: многогранники, у которых количество ЦТ не зависит от их веса; многогранники, у которых количество ЦТ совпадает с числом ЦВ. Установлено, что не всякий p-АТМ веса k с максимальным числом вершин обладает максимальным числом ЦТ. Найдена оценка сверху для числа ЦТ p-АТМ.

Доказана теорема об экспоненциальном росте знаменателей дробных компонент нецелочисленных вершин 3-АТМ и показано, что всякий 3-АТМ порядка $n_1 \times n_2 \times n_3,\ n_3 = \min\{n_1, n_2, n_3\}$, и веса k с минимальным числом ЦТ имеет r-нецелочисленные вершины для любого $r \in \{4, 6, 7, \dots, 3n_3 - 2\}$, т.е. вершины, число дробных компонент у которых равно r.

ЛИТЕРАТУРА

1. Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К. *Многогранники, графы, оптимизация.* М.: Наука, 1981. – 342 с.

2. Емеличев В.А., Кравцов М.К. Полиэдральные аспекты многоиндексных аксиальных транспортных задач // Дискр. математика. 1991. Т. 3, вып. 2. С. 3–24.

Кравцов Михаил Константинович, НИЭИ Минэкономики РБ, ул. Славинского, 1/1, г. Минск, 220086, Беларусь, тел. (8-017) 267-35-24

Лукшин Евгений Валентинович, ЭПАМ Системз, ул. В.Хоружей, 29, г. Минск, 220123, Беларусь, тел. (8-017) 237-44-99 (ext. 2735), E-mail: e.lukshin@gmail.com