

АНТАГОНИСТИЧЕСКАЯ ИГРА НА РАЗОРЕНИЕ

В. В. Кулагин

В классическую антагонистическую игру двух лиц вносится ограничение на величину платы игры $f(x, y)$ (т. е. на величину суммы, которую игрок А платит игроку В в результате акта игры (x, y)),

$$f(x, y) \leq \beta. \quad (1)$$

Превышение величины ограничения β означает разорение игрока А и является целью игрока В.

Вводятся в рассмотрение:

- (а) новые стратегии — действительные числа ν, γ ;
- (б) соответствующие новым стратегиям множества

$$X(\nu) = \{x \mid \varphi(x) \leq \nu\}, \quad Y(\gamma) = \{y \mid \psi(y) \leq \gamma\},$$

где $\varphi(x), \psi(y)$ — выпуклые функции, имеющие смысл затрат игрока А на осуществление стратегии x , и затрат игрока В на осуществление стратегии y ;

- (в) оценка нового акта игры (ν, γ) — функция $\varrho(\nu, \gamma)$,

$$\varrho(\nu, \gamma) = \beta - \min_{x \in X(\nu)} \max_{y \in Y(\gamma)} f(x, y),$$

имеющая смысл дистанции до ограничения после акта игры (ν, γ) . Условие (1) неразорения игрока А теперь имеет вид $\varrho(\nu, \gamma) \geq 0$.

Обозначим через $\gamma_\nu^* = \text{root}_\gamma \varrho_\nu(\gamma)$ корень функции $\varrho_\nu(\gamma)$, или решение уравнения $\varrho_\nu(\gamma) = 0$, где $\varrho_\nu(\gamma)$ — сечение функции $\varrho(\nu, \gamma)$ при фиксированном ν . Величина γ_ν^* трактуется как расход игрока В на разорение игрока А, выбравшего стратегию ν .

В [1] показано, что при некоторых предположениях (в том числе при $\nu \leq \nu_0$, γ — любое) в игре существует равновесие, т. е. имеет место равенство

$$\max_\nu \text{root}_\gamma \varrho(\nu, \gamma) = \text{root}_\gamma \max_\nu \varrho(\nu, \gamma),$$

и существует точка (ν, γ) , решающая обе двойные задачи равенства. Здесь левая двойная задача для функции $\varrho(\nu, \gamma)$ дает оптимальную стратегию игрока А (игрок А заставляет игрока В заплатить за свое разорение максимальную сумму), правая двойная задача дает оптимальную стратегию игрока В (найти минимальную сумму из тех, что гарантируют разорение игрока А).

В качестве примера данной антагонистической игры двух лиц рассмотрена одна игровая задача теории управления в условиях неопределенности.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Кулагин. Игровое равновесие как эквивалентность двойных задач для функции двух переменных. // В трудах V Московской международной конференции по исследованию операций. 2007. С.278.

Кулагин Виктор Васильевич, Институт проблем машиноведения РАН, Большой пр. В.О., 61, Санкт-Петербург, 199178, Российская федерация, тел. (812) 321-47-83, факс (812) 321-47-71, E-mail:kulagin@random.ipme.ru