ПРИБЛИЖЕННЫЙ АЛГОРИТМ С ОЦЕНКАМИ ДЛЯ ЗАДАЧИ О МАКСИМАЛЬНОЙ КЛИКЕ

А. А. Кузнецова

Пусть дан неориентированный простой граф $G = G(V, E)$. Подмножество вершин C_* называется максимальной кликой, если граф $G(C_*)$ — полный, и мощность $w(G) = |C_*|$ — максимальная. Ставится задача поиска максимальной клики.

Рассмотрим квадратичную задачу

$$F_\gamma(x) = \langle x, T_\gamma x\rangle \downarrow \min, \quad x \in S, \tag{D_γ}$$

где $T_\gamma = A_{\bar{G}} + \gamma I_n$, $A_{\bar{G}}$ — матрица смежности дополнительного графа $\bar{G}$, I_n — единичная матрица, $S = \{x \in R^n \mid \sum_{i=1}^n x_i = 1,\ x_i \geq 0, i = 1, \ldots, n\}$ — канонический симплекс.

Теорема 1. Пусть $\gamma > 0$ в задаче (D_γ), и $\mathcal{V}(D_\gamma) = \min(F_\gamma, S)$ — значение задачи. Тогда

$$w(G) \leq \left\lfloor \frac{\gamma}{\mathcal{V}(D_\gamma)} \right\rfloor, \tag{1}$$

причем, если $\gamma \leq 1$, то неравенство (1) выполняется как равенство.

Данную оценку можно уточнить, используя следующий результат.

Теорема 2. Пусть $\gamma > 0$ в задаче

$$F^i_\gamma(x) = F_\gamma(x) + (1-\gamma)x_i \downarrow \min, \quad x \in S, \tag{D^i_γ}$$

и $\mathcal{V}(D^i_\gamma) = \min(F^i_\gamma, S)$ — значение задачи. Тогда, если $i \in C_*$, то

$$w(G) \leq \left\lfloor \frac{1}{\mathcal{V}(D^i_\gamma)} \right\rfloor.$$

В работе [1] представлена процедура локального поиска, позволяющая с произвольной точки из S находить клику в G, причем с известной оценкой снизу для размерности найденной клики. Используя теоремы 1, 2 и данную процедуру, можно построить алгоритм поиска максимальной клики с оценками. Данный алгоритм тестировался на задачах из библиотеки DIMACS. Произведено сравнение с другими алгоритмами поиска максимальной клики.

Работа поддержана грантом РФФИ 05-01-00110.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецова А.А., Карпачева О.Н. Два метода локального поиска с параметрами для задачи о максимальной клике // Труды XIII Байкальской международной школы-семинара. 2005. Т.1 С. 527-532.

Кузнецова Антонина Александровна,
ИДСТУ СО РАН, ул. Лермонтова, 134, Иркутск, 664033, Россия, тел. (395-2) 51-13-98, факс (395-2) 51-16-16, E-mail:kuznet@icc.ru