

К РЕШЕНИЮ КВАДРАТИЧНО–ЛИНЕЙНЫХ ДВУХУРОВНЕВЫХ ЗАДАЧ

А. В. Орлов, А. В. Малышев

В работе рассматривается поиск оптимистических решений [1] в квадратично-линейной двухуровневой задаче следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} F(x, y) &\triangleq \langle x, Cx \rangle + \langle c, x \rangle + \langle y, C_1y \rangle + \langle c_1, y \rangle \downarrow \text{“min”}_x, \\ Ax + By &\leq b, \quad x \geq 0, \quad y \in Y_*(x) \triangleq \underset{y}{\text{Argmin}}\{\langle d, y \rangle | A_1x + B_1y \leq b_1, y \geq 0\}, \end{aligned} \right\} \quad (\mathcal{P})$$

где $c, x \in \mathbb{R}^m$, $c_1, d, y \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^p$, $b_1 \in \mathbb{R}^q$; $A, B, A_1, B_1, C = C^T > 0$, $C_1 = C_1^T > 0$ — матрицы соответствующего размера. Двухуровневые задачи являются удобным математическим объектом для моделирования иерархических систем управления, которые характеризуются неравноправным положением участников (центр – регионы, корпорация – филиалы и т.п.) [1].

Для решения задачи (\mathcal{P}) предлагается использовать стандартный подход [1], заключающийся в замене задачи нижнего уровня её условиями оптимальности типа Каруша-Куна-Таккера. Решение получившейся задачи, с применением штрафного подхода, можно производить посредством решения параметрического семейства квадратично-билинейных задач следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} F(x, y) + \mu(\langle d, y \rangle - \langle A_1x - b_1, v \rangle) &\downarrow \min_{x, y, v} \\ Ax + By &\leq b, \quad x \geq 0, \quad A_1x + B_1y \leq b_1, \quad y \geq 0, \quad vB_1 \geq -d, \quad v \geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (\mathcal{P}(\mu))$$

где $v \in \mathbb{R}^q$ — вспомогательная переменная, $\mu > 0$ — параметр.

Задача $(\mathcal{P}(\mu))$ является невыпуклой, а значит для ее решения неприменимы стандартные методы выпуклой оптимизации. Для отыскания глобального решения в задачах типа $(\mathcal{P}(\mu))$ разработан алгоритм, основанный на теории глобального поиска [2], который обобщает предложенный ранее алгоритм решения билинейных задач [3]. Все этапы алгоритма глобального поиска конкретизированы для задачи вида $(\mathcal{P}(\mu))$. Проведено его численное тестирование на задачах небольшой размерности, показавшее возможность применения указанной методики для отыскания оптимистических решений в квадратично-линейных двухуровневых задачах.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №05-01-00110, а также гранта Президента РФ МК-6580.2006.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dempe S. Foundations of bilevel programming. — Dordrecht/ Boston/ London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
2. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации. — Новосибирск: Наука, 2003.
3. Орлов А.В. О локальном и глобальном поиске в задачах билинейного программирования //Труды XIII Байкальской международной школы-семинара "Методы оптимизации и их приложения". Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2005, Т.1., с. 313–318.

Орлов Андрей Васильевич, Малышев Антон Валентинович
Институт динамики систем и теории управления СО РАН,
ул. Лермонтова, 134, Иркутск, 664033, Россия, т. (3952) 51-13-98, ф. (3952) 51-16-16.
E-mail: anor@icc.ru, anton@irk.ru