

# ПОИСК ОПТИМИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ЛИНЕЙНЫХ ДВУХУРОВНЕВЫХ ЗАДАЧАХ

А. В. Орлов

В работе рассматривается задача линейного двухуровневого программирования в оптимистической постановке [1]:

$$\left. \begin{aligned} F(x, y) &\triangleq \langle c, x \rangle + \langle d, y \rangle \downarrow \min_{x, y}, \quad x \in X \triangleq \{x \in \mathbb{R}^m \mid Ax \leq b, x \geq 0\}, \\ y &\in Y_*(x) \triangleq \operatorname{Arg} \min_y \{ \langle d_1, y \rangle \mid A_1 x + B_1 y \leq b_1, y \geq 0 \}, \end{aligned} \right\} \quad (P)$$

где  $c, x \in \mathbb{R}^m$ ,  $d, d_1, y \in \mathbb{R}^n$ ,  $b \in \mathbb{R}^p$ ,  $b_1 \in \mathbb{R}^q$ ;  $A, A_1, B_1$  — матрицы соответствующего размера. Такого сорта задачи возникают при моделировании иерархических систем управления, которые характеризуются неравноправным положением участников (центр — регионы, корпорация — филиалы и т.п.) [2].

Одним из способов решения задачи (P) является ее сведение к одной или нескольким задачам одноуровневого программирования. Действительно, с использованием двойственной задачи к задаче нижнего уровня и метода штрафов можно показать, что поиск решений в задаче (P) можно производить посредством решения конечной последовательности параметрических билинейных задач следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} \langle c, x \rangle + \langle d, y \rangle + \mu(\langle d_1, y \rangle - \langle A_1 x - b_1, v \rangle) &\downarrow \min_{x, y, v} \\ Ax \leq b, x \geq 0, \quad A_1 x + B_1 y \leq b_1, y \geq 0, \quad v B_1 &\geq -d_1, v \geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (BLP(\mu))$$

где  $v \in \mathbb{R}^q$  — вспомогательная переменная,  $\mu > 0$  — параметр.

Задача  $(BLP(\mu))$  является невыпуклой, а значит для ее решения неприменимы стандартные методы выпуклой оптимизации. Для отыскания глобального решения в задачах типа  $(BLP(\mu))$  используется алгоритм, основанный на теории глобального поиска [3], который был предложен в [4]. Все этапы алгоритма глобального поиска конкретизированы для задачи вида  $(BLP(\mu))$ . Проведено его первое тестирование, показавшее возможность применения указанной методики для отыскания оптимистических решений в линейных двухуровневых задачах.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №05-01-00110, а также гранта Президента РФ МК-6580.2006.1.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Dempe S. Foundations of bilevel programming. — Dordrecht/ Boston/ London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
2. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. — М.: Радио и связь, 1982.
3. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации. — Новосибирск: Наука, 2003.
4. Орлов А.В. О локальном и глобальном поиске в задачах билинейного программирования //Труды XIII Байкальской международной школы-семинара "Методы оптимизации и их приложения". Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2005, Т.1., с. 313–318.

---

Орлов Андрей Васильевич,

Институт динамики систем и теории управления СО РАН,

ул. Лермонтова, 134, Иркутск, 664033, Россия, т. (3952) 51-13-98, ф. (3952) 51-16-16.

E-mail: anor@icc.ru