

# ВАРИАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ О ДОПОЛНИТЕЛЬНОСТИ

Е. Г. Петрова, А. С. Стрекаловский

В работе рассматривается решение линейной задачи о дополнителности методом, основанном на необходимых и достаточных условиях глобальной оптимальности [1] для задач с целевой функцией, представимой в виде разности двух выпуклых функций (d.c. функцией).

Задачи о дополнителности возникают во многих областях экономики и инженерии. Они тесно связаны с задачами квадратичного программирования, вариационными неравенствами, биматричными играми и т.д.

Задача о линейной дополнителности заключается в нахождении пары векторов  $(x, w)$ , удовлетворяющим условиям:

$$\left. \begin{aligned} Mx + q &= w, \\ \langle x, w \rangle &= 0, \\ x &\geq 0, \quad w \geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $x, w, q \in \mathbb{R}^n$ , а  $M \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$  - знаконеопределенная матрица.

Задача (1) может быть сформулирована как задача минимизации [2]:

$$\left. \begin{aligned} F(x) &= \langle x, Mx + q \rangle \downarrow \min, \\ x &\geq 0, \quad Mx + q \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Как известно, знаконеопределенная матрица  $M$  может быть представлена в виде разности двух положительно определенных матриц:  $M = M_1 - M_2$ . Это влечет следующее d.c. представление целевой функции:

$$F(x) = \frac{1}{2} \langle x, M_1 x \rangle + \langle q, x \rangle - \frac{1}{2} \langle x, M_2 x \rangle.$$

Для задачи (2) рассматривается алгоритм глобальной оптимизации [1], основными этапами которого являются локальный поиск, решение линеаризованных задач и построение аппроксимации поверхности уровня.

Приводятся результаты численного эксперимента на ряде линейных задач о дополнителности [3],[4], показавшие эффективность применения разработанной методики.

Работа поддержана грантом РФФИ 05-01-00110.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации. Новосибирск: Наука, 2003.
2. Pang J.S. Complementarity problems. // Handbook of Global Optimization, Kluwer Academic Publishers, 1995, pp. 271–338.
3. Cottle R., Pang J.S., and Stone R.E. The Linear complementarity problem. Academic Press, 1999.
4. Simantiraki E.M., Shanno D.F. An Infeasible-Interior-Point method for linear complementarity problems. Rutcor Research Report, 1996.

---

Петрова Елена Геннадьевна, Стрекаловский Александр Сергеевич  
Институт динамики систем и теории управления СО РАН,  
ул. Лермонтова 134, Иркутск, 644033, Россия, тел. (3952)511398.  
E-mail: strekal@icc.ru, nekolyap@mail.ru