

# ОБ ОТЫСКАНИИ РАВНОВЕСИЯ В МОДЕЛИ ОБМЕНА С МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМИ ФУНКЦИЯМИ ПОЛЕЗНОСТИ УЧАСТНИКОВ

Л. Д. Попов

Рассматривается экономика обмена с  $m$  участниками и  $n$  типами товаров и услуг, предназначенных для обмена. Пусть  $b_{ji} \geq 0$  — начальные запасы товара  $i$ -го вида у  $j$ -го участника экономики и  $x_{ji}(p)$  — спрос  $j$ -го участника на  $i$ -й товар при заданном уровне цен  $p = (p_1, \dots, p_n) \geq 0$  на них. Вектор цен  $\bar{p}$  называется точкой равновесия в модели Эрроу—Дебре, если  $\sum_{j=1}^m x_{ji}(\bar{p}) = c_i$  при всех  $i$  (здесь  $c_i = \sum_{j=1}^m b_{ji}$  — суммарные запасы  $i$ -го товара).

Ограничимся случаем, когда функции полезности участников обмена мультипликативны. В этой ситуации  $x_{ji}(p) = p_i^{-1} \alpha_{ji} \sum_{s=1}^n p_s b_{js}$  и равновесные цены можно искать как некоторое положительное решение системы однородных линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^m \sum_{s=1}^n \alpha_{ji} p_s b_{js} = c_i p_i, \quad i \in \overline{1, n}, \quad (1)$$

или, в матричной записи,

$$(C - A^T B)p = 0, \quad p > 0, \quad (1a)$$

где  $A = (\alpha_{ji})_{m \times n}$  — матрица коэффициентов эластичности,  $B = (b_{ji})_{m \times n}$  — матрица товарных запасов,  $C = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_n)$ .

Для отыскания решения однородной системы (1) предлагается применить алгоритм, опирающийся на идеи классического метода расщепления и определяемый соотношениями

$$C p_{k+1} = A^T B p_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Здесь начальное приближение  $p_0 > 0$ , причем суммарная стоимость товарных запасов остается постоянной, если только строчные суммы матрицы  $A$  равны 1.

Центральная идея доклада: алгоритм (2) имитирует работу рыночных посредников, скупающих товары у производителей и перепродающих их потребителям (прибыль с продаж игнорируется). Посредники непосредственно отслеживают интенсивность финансовых потоков, направляемых потребителями на приобретение товаров каждой категории, и на интенсивность поступления этих товаров от их производителей в натуральном выражении. Стремясь избежать на своих складах избыточности запасов одних товаров и нехватку других, посредники так устанавливают розничные цены на них, чтобы выровнять интенсивности их входящих и исходящих потоков.

Алгоритм (2) легко модифицируется на случай, когда некоторый товар играет роль стоимостного эталона (денег), т. е. имеет фиксированную цену.

В докладе приводятся условия (на взаимное расположение ненулевых элементов матриц  $A$  и  $B$ ), гарантирующие разрешимость исходной системы и сходимости основного алгоритма и его модификаций, а также результаты численных экспериментов.

Работа поддержана РФФИ, проект 07-01-00399.

---

Попов Леонид Денисович,

Институт математики и механики УрО РАН, ул. С. Ковалевской, 16, Екатеринбург, 6200219, Россия, тел. (3433)75-34-23, факс (3433)74-25-81. E-mail: popld@imm.uran.ru