

ОБ ОЦЕНКЕ ГЛОБАЛЬНОГО МАКСИМУМА РАЗНОСТИ СТРОГО ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ НА СУПЕРМАТРОИДАХ И ИХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ

А. Б. Рамазанов

В работе получены верхняя и нижняя границы в глобальном максимуме разности двух строго выпуклых функций дискретного аргумента на суперматроидах и их пересечениях.

Рассматривается следующая задача А дискретной оптимизации: найти

$$\max\{F(x) = f(x) - \varphi(x) | x = (x_1, \dots, x_n) \in S = S_1 \cap S_2\},$$

где $f(x)$ и $\varphi(x)$ соответственно ρ и σ – координатно-выпуклые функции на Z_+^n [1], $S_1, S_2 \subseteq Z_+^n$ – суперматроиды [2], Z_+^n – множество n -мерных неотрицательных целочисленных векторов.

Пусть x_F^* – оптимальное решение задачи А, x_f^g и x_φ^g соответственно градиентные максимумы (т.е. построенные с помощью градиентного алгоритма покоординатного подъема [1-3]) функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ на S .

Очевидно, что в общем случае функция $F(x)$ не обладает свойством координатно-выпуклости [2]. Поэтому для оценки $F(x_F^*)$ нельзя применить методику, разработанную в [1, 2]. Тем не менее $F(x_F^*)$ можно оценить сверху и снизу с помощью x_f^g , x_φ^g .

Теорема. Пусть $F(x)$, $f(x)$, $\varphi(x)$ неубывающие функции на S , $f(0) = \varphi(0) = 0$. Тогда

$$\max\{0, f(x_f^g) - \varphi(x_\varphi^g)\} \leq F(x_F^*) \leq 3f(x_f^g) - \varphi(x_\varphi^g).$$

Следствие. Если $S = S_1 \cap S_2$ является суперматроидом, то справедливо

$$\max\{0, f(x_f^g) - \varphi(x_\varphi^g)\} \leq F(x_F^*) \leq 2f(x_f^g) - \varphi(x_\varphi^g).$$

Замечание 1. Класс задач типа А достаточно широк. Так например, задача нелинейного дробного программирования, задача надежности сетей могут быть сформулированы в виде задачи А.

Замечание 2. Полученные оценки могут служить минорантой или мажорантой в методах построения последовательности планов [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Б. Рамазанов // Дискрет. анализ и исслед. операций 2005. Сер. 1. Т. 12, №4. С. 60–80.
2. М.М. Ковалев (1987) Матроиды в дискретной оптимизации // Бел. Гос. Ун-т.
3. Н.И. Глебов // Управляемые системы. Новосибирск: Наука, 1973. Вып. 11. С. 10–15.
4. В.А. Емеличев, В.И. Комлик (1981) Метод построения последовательности планов. М. Наука.

Рамазанов Али Багдаш оглы,

Бакинский государственный университет, ул. З. Халилова, 23, г. Баку, AZ-1148, Азербайджан. E-mail: rab-unibak@rambler.ru