

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ

В. В. Шенмайер

Рассматриваемая задача заключается в отыскании иерархической последовательности назначений, имеющих минимальную стоимость. А именно, пусть заданы: множество клиентов (потребителей) C , множество предприятий F , расстояние $d(u, f) \geq 0$, определенное для каждого клиента u и предприятия f , а также вес $w(u) \geq 0$, определенный для каждого клиента u . Назначением будем называть произвольную функцию из C в F . Последовательность назначений $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ называется *иерархической*, если назначение α_1 назначает всех клиентов на некоторое предприятие f_1 , и для каждого $k < n$ назначение α_{k+1} получается из предыдущего переназначением части клиентов, назначенных на одно из предприятий, на новое предприятие $f_{k+1} \notin \{f_1, \dots, f_k\}$. Стоимость произвольного назначения α равна взвешенной сумме расстояний $\sum_{u \in C} w(u) d(u, \alpha(u))$. Требуется построить иерархическую последовательность назначений $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, где n — мощность множества F , такую, что стоимость каждого назначения α_k , $k = 1, 2, \dots, n$, равна стоимости k -медианы.

Поскольку в большинстве случаев искомой последовательности оптимальных назначений, по-видимому, не существует, имеет смысл говорить о приближенных решениях задачи. Говорим, что решение $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ иерархической задачи о назначениях имеет точность (competitive ratio) δ , если стоимость каждого из назначений α_k , $k = 1, 2, \dots, n$, отличается от стоимости k -медианы не более чем в δ раз.

Наилучший известный алгоритм для общей метрической задачи имеет оценку точности 20.71 [1].

Рассмотрим два частных случая: одномерный случай (клиенты и предприятия расположены в точках вещественной прямой) и случай пространства l_p , $1 \leq p \leq \infty$. Предлагается алгоритм, решающий иерархическую задачу о назначениях в случае прямой с точностью 8, а в случае пространства l_p — с точностью $4(2^{2/p} + 2^{1/p})$. В частности, в евклидовом случае алгоритм имеет точность 13.66.

Работа поддержана грантом РФФИ 05-01-00395.

ЛИТЕРАТУРА

1. G.Lin, C.Nagarajan, R.Rajaraman, D.P.Williamson: A general approach for incremental approximation and hierarchical clustering //Proc. of the seventeenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithm (2006), p.1147-1156.

Шенмайер Владимир Владимирович,
Институт математики им С.Л. Соболева СО РАН, проспект Коптюга, 4,
Новосибирск, 630090, Россия, тел. (383) 333-21-89, факс (383) 333-25-98.
E-mail: shenmaier@mail.ru