МАГИСТРАЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ МОДЕЛИ С АДДИТИВНЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ

А. Е. Трубачева

В реальной экономике производственная функция подвергается различным возмущениям, которые обусловлены объективными причинами, спрогнозировать которые заранее невозможно [1, 2].

Определение. Функция $\tilde{f}(k) = f(k) + \tau(k)$ называется *аддитивно слабо возмущенной* (или *квазинеоклассической*), если $f(k)$ — неоклассическая производственная функция, $\tau(k) \in C^2$ и возмущение $\tau(k)$ мало, т.е. $\|\tau\|_{C^2} \leq \zeta$ для $0 < \zeta \ll 1$ и $\tau(0) = 0$.

Априори нельзя было предположить, что при возмущенном случае существует математическое обоснование оптимального управления производством. Задача оптимизации имеет следующий вид: максимизировать функционал (1) $\int_0^T (1-s(t))\tilde{f}(k(t))e^{-\delta t}dt$ при ограничениях (2) $\dot{k}(t) = s(t)\tilde{f}(k(t)) - \mu k(t)$, (3) $0 \leq s(t) \leq 1$, (4) $k(0) = k_0 > 0$, (5) $k(T) \geq k_T > 0$, где $s(t)$ - доля инвестиций в доходе, $\delta > 0$ - константа дисконтирования, $k(t)$ - фондовооруженность, $\mu > 0$ - темп амортизации фондов, k_T - нижняя граница фондовооруженности в момент времени T.

Теорема. *Пусть в задаче планирования (1)-(5) функция $\tilde{f}(k)$ является аддитивно слабо возмущенной, существуют допустимые траектории и промежуток планирования T достаточно велик ($T > T_0$). Пусть также существует максимальный элемент k^{**}_{max} в множестве $\{k^*_i, i \in I\} \cap (0, \tilde{k}_{min})$, где k^*_i — решения уравнения $f'(k) = \delta + \mu - \tau'(k)$, $\tilde{k}_{min}$ — минимальное из решений уравнения $f(k) = \mu k - \tau(k)$, I — некоторое индексное множество. Тогда справедливы следующие утверждения.*
1) Существует по крайней мере одна оптимальная стратегия распределения дохода на потребление и инвестиции.
2) Оптимальное управление $s(t)$ имеет следующий вид: в начале периода ($0 \leq t \leq T^*$) и в конце ($T^{**} \leq t \leq T$) выполнено $s(t) \in \{0, 1\}$, а все остальное время ($T^* \leq t \leq T^{**}$) имеет место $s(t) = s^* = \frac{\mu k^{**}_{max}}{f(k^{**}_{max}) + \tau(k^{**}_{max})}$.

Данная теорема показывает, что для квазинеоклассических производственных функций особый оптимальный режим управления существует.

Работа поддержана грантом РФФИ № 07-06-00363-а, грантом № НШ-4999.2006.6 и грантом РФФИ-NWO № 047-017-017.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трубачева А.Е. Исследование поведения инвестора при различных схемах налогообложения и разных видах производственной функции // Препринт ИМ СО РАН № 153ю Новосибирск, 2005.
2. Трубачева А.Е. Влияние возмущения производственной функции на поведение инвестора // Сибирский журнал индустриальной математики, 2004, Т. 7, № 3(19), С. 156–169.

Трубачева Анна Евгеньевна,
Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН, пр. Академика Коптюга 4, Новосибирск, 630090, Россия, тел.(383) 333-00-94, факс (383) 333-25-98. E-mail: aetrub@math.nsc.ru