

ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКИ С УСКОРЕННОЙ
СХОДИМОСТЬЮ К ДОПУСТИМОМУ МНОЖЕСТВУ ДЛЯ ЗАДАЧ
ПОЛУОПРЕДЕЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В. Г. Жадан, М. С. Бабынин

Рассматривается задача полуопределенного программирования: найти

$$\min_{X \in F} C \bullet X, \quad F = \{X \succeq 0 : A_i \bullet X = b^i, \quad i = 1, \dots, m\}. \quad (1)$$

Здесь X , C и A_i — симметричные матрицы порядка n , X — положительно полуопределенная матрица. Внутреннее произведение $X \bullet Y$ между матрицами X и Y определяется как след матрицы $X^T Y$.

Для решения (1) предлагается класс методов внутренней точки, который является обобщением прямых барьерно-проективных методов для задач линейного программирования. Общая схема итеративного процесса в этих методах следующая:

$$X_{k+1} = X_k - \alpha_k X_k \odot V(X_k), \quad (2)$$

где $\alpha_k > 0$ — некоторый шаг, $X \odot V = (XV + V^T X^T)/2$ — симметризованное произведение и $V(X) = C - \sum_{i=1}^m u^i(X) A_i$. В качестве начальной матрицы X_0 берется произвольная положительно определенная матрица.

Вектор $u(X) = [u^1(X), \dots, u^m(X)]$ выбирается таким образом, чтобы траектории приближались бы к допустимому множеству в задаче (1). Рассматриваются разные способы задания $u(X)$. В частности, предлагается находить $u(X)$ из решения системы алгебраических уравнений

$$X \odot \left(C - \sum_{i=1}^m u^i A_i \right) = \tau \sum_{i=1}^m (A_i \bullet X - b^i) A_i,$$

где $\tau > 0$. Поскольку эта система переопределена, то в качестве ее решения берется нормальное псевдорешение. Данный способ выбора вектора $u(X)$ аналогичен тому, что был предложен в [2] для решения задач нелинейного программирования, и ведет к более быстрому попаданию на допустимое множество.

Доказывается локальная сходимость метода (2) к решению задачи (1).

Работа поддержана грантом РФФИ 06-01-00547 и Программой ведущих научных школ НШ-2240.2006.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yu. Evtushenko, V.Zhadan. Stable barrier-projection and barrier-newton methods in linear programming. // Comput. Optimiz. and Applications. 1994. V. 3. P. 289-304.
2. S.Wang, X.Yang, K.L.Teo. A unified gradient flow approach to constrained nonlinear optimization problems. // Comput. Optimiz. and Applications. 2003. V. 25. P. 251-268.

Жадан Виталий Григорьевич,

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, ул. Вавилова, 40, Москва, ГСП-1, 119991, Россия, тел. (495) 135-25-39, факс (495) 135-61-59. E-mail: zhadan@ccas.ru