

# Оптимальные оценки размерности аттракторов нелинейного волнового уравнения

**А.А. Ильин**

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
*ilyin@keldysh.ru*

Получены явные оценки порядка  $\gamma^{-d}$  для фрактальной размерности аттрактора нелинейного волнового уравнения (или системы) в ограниченной области  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ ,  $d \geq 1$  с линейным диссипативным слагаемым с коэффициентом  $\gamma > 0$ . Ключевую роль в случае  $d \geq 3$  играют оценки Либа для  $L_p$ -норм систем с ортонормированными градиентами, основанные на использовании неравенства Цвикеля–Либа–Розенблюма (CLR) для отрицательных собственных значений оператора Шредингера. Случай  $d = 1$  проще, но содержит в оценке логарифмическую поправку. Случай  $d = 2$  наиболее сложный и основан на оценках Штрихарца для линейного уравнения. Нижние оценки того же порядка для размерности аттрактора получены также для нелинейной гиперболической системы с нелинейностью, содержащей небольшой член неградиентного возмущения, что означает, что в этом случае наши оценки оптимальны при  $d \geq 2$  и содержат логарифмическую поправку при  $d = 1$ . Чисто градиентный случай принципиальным образом отличается. В частности, оказывается, что ляпуновская размерность нетривиального аттрактора имеет порядок  $\gamma^{-1}$  во всех пространственных размерностях  $d \geq 1$ .