О ПРЕДСТАВЛЕНИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ТЯЖЕЛОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В СЛУЧАЕ КОВАЛЕВСКОЙ В ζ И $\wp$-ФУНКЦИЯХ ВЕЙЕРШТРАССА

БЕЛЯЕВ АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ

Кроме частных периодических решений Бобылева – Стеклова и Делоне в случае Ковалевской есть и другие частные периодические решения, которые не обнаруживаются как очевидные вырождения общего решения. Их наличие становится явным благодаря исследованию асимптотик особых точек решений.

Такие решения образуют четырехпараметрическое семейство, зависящее от значений первых интегралов: энергии, момента, тривиального интеграла и интеграла Ковалевской. В настоящем анонсе мы предъявляем двухпараметрическое семейство таких решений.

Теорема. *Пусть* $\zeta(t)$, $\wp(t) = -\zeta'(t)$ *— функции Вейерштрасса,* $a, b \in \mathbb{R}$.

Обозначим функции $\zeta(t-a-ib), \zeta(t-a+ib), \zeta(t+a-ib), \zeta(t+a+ib)$, *соответственно,* $\zeta_1,\ \zeta_2,\ \zeta_3,\ \zeta_4$ *и, аналогично, функции, противоположные их производным,* $\wp(t-a-ib)$, $\wp(t-a+ib), \wp(t+a-ib), \wp(t+a+ib)$ *—* $\wp_1,\ \wp_2,\ \wp_3,\ \wp_4$.

Существует периодическое решение, рационально выражающееся с помощью ζ *и* $\wp$*-функций Вейерштрасса:*

$$\begin{cases} p_1 = \alpha\,(\zeta_1+\zeta_2-\zeta_3-\zeta_4+2\,\zeta(2\,a)) + \dfrac{2(\alpha^2-1)\,\xi}{\alpha}, \\ p_3 = 2i\,(\zeta_1-\zeta_2+\zeta_3-\zeta_4+2\,\zeta(2i\,b)), \\ p_2 = 2\,\dfrac{\dot p_1}{p_3}, \\ \gamma_1 = p_1^2-p_2^2-\mathcal{K}_1, \\ \gamma_2 = 2p_1p_2-\mathcal{K}_2, \\ \gamma_3 = p_1p_2+2\dot p_2, \end{cases} \tag{1}$$

где

$$\mathcal{K}_1 = 2(\alpha^2-1)\left(\wp_1+\wp_2+\wp_3+\wp_4+\frac{2\xi p_1}{\alpha}-2\wp(2ib)-2\wp(2a-2ib)-\frac{4\xi^2}{\alpha^2}\right),$$

$$\mathcal{K}_2 = (1-\alpha^2)(\dot p_3+4\xi i\,(\zeta_1-\zeta_2-\zeta_3+\zeta_4)), \quad \xi = \zeta(2a-2ib)-\zeta(2a)+\zeta(2ib).$$

Представление (1) является $\mathbb{R}$*-двухпараметрическим: свободными параметрами являются* g_2, g_3, *задающие* $\wp$*-функцию*

$$(\wp'(z))^2 = 4\,\wp(z)^3-g_2\,\wp(z)-g_3$$

вместе с параллелограммом периодов. Параметры α, a, b *определяются условиями:*

$$\wp'(2ib)=0, \quad \zeta(2ib)-\zeta(a+ib)+\zeta(a-ib)=0,$$

$$\alpha^2 = \frac{\zeta(2a)+\zeta(2ib)+\wp(2a-2ib)}{\wp(2a-2ib)-\zeta(2ib)}.$$

Список литературы

[1] Ковалевская С.В. *Научные труды.* Изд-во АН СССР, Москва, (1948).

[2] Архангельский Ю.А. *Аналитическая динамика твердого тела.* Наука, Москва, (1977).

[3] Belyaev A.V. "On the full list of finite-valued solutions of the Euler-Poisson equations having four first integrals", *Math. Nachrichten*, Vol. 285, No. 10, 1199–1229 (2012).

Беляев Александр Владимирович,
Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 2,
630090, г. Новосибирск, Россия
E-mail address: alex.vl.belyaev@yandex.ru
E-mail address: ale.vl.belyaev@yandex.ru