

НОВЫЕ АСПЕКТЫ ТЕОРИИ СЛОЖНОСТИ ТРЕХМЕРНЫХ МНОГООБРАЗИЙ

Е.А. Фоминых

Первые потенциально минимальные триангуляции некоторых бесконечных серий замкнутых многообразий Зейферта были построены еще в 80-е годы в работах С.В. Матвеева по теории сложности трёхмерных многообразий на двойственном языке специальных спайнов. Итальянские математики Б. Мартелли и К. Петронио обобщили методы Матвеева и построили потенциально минимальные триангуляции уже для всех замкнутых ориентируемых многообразий Зейферта. Минимальность построенных триангуляций, состоящих из не более чем 12 тетраэдров, была подтверждена компьютерным экспериментом, проведенным С.В. Матвеевым и В.В. Таркаевым, в результате которого они получили полный список всех ориентируемых неприводимых замкнутых многообразий до сложности 12 включительно. В. Джейко, Х. Рубинштейн и С. Тиллман применили теорию нормальных поверхностей Хакена для доказательства минимальности триангуляций Мартелли-Петронио для некоторых бесконечных серий линзовых пространств, а также многообразий Зейферта с базой сфера и тремя особыми слоями вида $(S^2, (2k + 1, 1); (2m + 1, 1); (2n + 1, 1); (1, 1))$ для всех натуральных k, m, n .

Мы исследовали поверхности в многообразиях Зейферта с базой сфера и тремя особыми слоями, нормальные относительно триангуляций Мартелли-Петронио. Структура этих триангуляций такова, что все они имеют одинаковое "ядро" из трех тетраэдров и три "хвоста". Каждый "хвост" есть конечная последовательность тетраэдров, в которой соседние тетраэдры склеиваются по паре граней, а две грани последнего тетраэдра последовательности склеиваются между собой. Причем количество тетраэдров "хвоста" и гомеоморфизмы склеек их граней полностью определяются параметрами соответствующего особого слоя многообразия. Такая парность граней "хвоста" позволила понять, как устроено пересечение базисных (фундаментальных) поверхностей с ребрами триангуляции. Оказалось, что в общем случае фундаментальная поверхность пересекает каждое ребро триангуляции не более k раз, где k — функция длин "хвостов". Более того, для значительного числа триангуляций Мартелли-Петронио $k = 2$.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, 14-АЯ ЛИНИЯ ВАСИЛЬЕВСКОГО ОСТРОВА, ДОМ 29, 199178, РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

Email address: efominykh@gmail.com