

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ ВЗАИМНОСТИ ANALYTIC RECIPROCITY LAWS

Д. В. Осипов

Законы взаимности имеют свое происхождение в теории чисел. Все знают квадратичный закон взаимности Гаусса для квадратичных вычетов.

Родственниками квадратичного закона взаимности Гаусса являются законы взаимности на проективных алгебраических кривых, например, известное утверждение о равенстве нулю суммы вычетов мероморфной дифференциальной формы на компактной римановой поверхности (= проективная алгебраическая кривая над полем комплексных чисел) тоже является законом взаимности.

Общая идеология законов взаимности состоит в том, что есть некоторые инварианты, определенные локально для каждой точки римановой поверхности, и их сумма по всем точкам компактной римановой поверхности для глобально определенного объекта оказывается равна нулю. Этот же принцип можно переформулировать следующим образом: если некоторый локально определенный инвариант можно продолжить до глобально определенного объекта на всей компактной римановой поверхности, то изначальная локальная величина есть ноль.

Законы взаимности, связанные с компактными римановыми поверхностями, существуют также, если локальные инварианты строить не по точкам римановых поверхностей, а по границам нескольких вырезанных дисков, каждый из которых изоморфен единичному диску в комплексной плоскости. Таковы например, закон взаимности Делиня для пары функций на границе римановой поверхности с краем, а также закон взаимности Сигала для центральных расширений группы петель простой компактной односвязной группы Ли.

В своем докладе я расскажу про эти законы взаимности, а также про полученные мной недавно относительные законы взаимности для аналитических семейств компактных римановых поверхностей, из которых вырезаются семейства единичных дисков.