

Черные дыры в полуклассической $f(R)$ теории гравитации с дополнительными измерениями

Попов Аркадий Александрович, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, Казань, ул. Кремлевская, 18 (arorov@kpfu.ru)

В работе получено решение уравнений полуклассической $f(R)$ теории гравитации ($c = \hbar = 1$)

$$-\frac{1}{2}f(R)\delta_A^B + (R_A^B + \nabla_A \nabla^B - \delta_A^B \square) f_R = -\frac{1}{m_D^{D-2}} \langle T_A^B \rangle, \quad (1)$$

описывающее черную дыру в $(4+n)$ -мерном пространстве-времени ($A, B, C, \dots = 1, 2, \dots, 4+n$, $f(R)$ произвольная функция скалярной кривизны R , $m_D - (4+n)$ -мерная планковская масса, ∇_A — обозначение ковариантной производной, R_A^B — тензор Риччи, $\square = g^{AB} \nabla_A \nabla_B$). Предполагается, что дополнительное пространство представляет собой n -мерную сферу радиуса L_0 , много меньшего характерного масштаба кривизны l ($L_0 \ll l$) четырехмерной части пространства

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) - L_0^2 d\Omega_n^2, \quad (2)$$

где M — константа интегрирования. Правая часть уравнений (1) описывает перенормированное среднее значение оператора тензора энергии-импульса квантованных полей. В пределе $l_{Pl} \ll L_0$ структура этого тензора имеет вид (см. Popov A., Phys. Rev. D (2001), V. 64, 104005)

$$\langle T_A^B \rangle = \frac{l_{Pl}^2}{L_0^4} K_A^B \left(1 + O\left(L_0^2/l(r)^2\right)\right), \quad (3)$$

где в координатах (2)

$$K_A^B = \text{diag}\left(K_t^t, K_t^t, K_t^t, K_t^t, K_5^5, \dots, K_5^5\right), \quad (4)$$

а K_t^t и K_5^5 постоянные величины. Решение (2) получено в случае пренебрежения малыми членами разложения в (3) и возможно при следующих соотношениях между параметрами $R(r) = R_0, L_0, f(R_0)$ и $\left.\frac{df}{dR}\right|_{R=R_0}$

$$f(R_0) = \frac{2K_t^t}{m_D^{2+n}} \left(\frac{R_0}{n(n-1)}\right)^{(4+n)/2}, \quad (5)$$

$$\left.\frac{df}{dR}\right|_{R=R_0} = \frac{(K_t^t - K_5^5)}{m_D^{2+n}} \frac{R_0^{1+n/2}}{n^{1+n/2}(n-1)^{2+n/2}}, \quad (6)$$

$$R_0 = \frac{n(n-1)}{L_0^2}. \quad (7)$$

В случае линейной гравитации $f(R) = R + c$ и $n = 2$ эти выражения примут вид

$$R_0 = \frac{2}{L_0^2}, \quad L_0^2 m_6^2 = \sqrt{K_t^t - K_5^5}, \quad \frac{c}{m_6^2} = \frac{2K_5^5}{(K_t^t - K_5^5)^{3/2}}. \quad (8)$$

Отметим, что учет следующих членов разложения в (3) приводит к зависимости радиуса дополнительного пространства L_0 , а также четырехмерной планковской массы (при принятых предположениях теория может быть редуцирована к четырехмерной теории гравитации Эйнштейна) от радиальной координаты.