

АННОТАЦИИ ДОКЛАДОВ

14 сентября, понедельник

Скрипченко Александра Сергеевна

Задача С. П. Новикова: от бильярдов до физики металлов

Я расскажу историю одной задачи, которую С.П.Новиков сформулировал в 1982 году в связи с изучением полуклассического движения электрона в кристаллической решетке. Речь идет об асимптотическом поведении сечений 3-периодической поверхности плоскостями заданного направления. Эта задача сначала представлялась топологической, а впоследствии оказалась тесно связанной со многими важными вопросами из теории динамических систем (прежде всего, с тейхмюллеровой динамикой) и геометрической теории групп (автоморфизмами свободных групп и действиями групп на R-деревьях). Мы поговорим об этих связях, а еще — о классических и свежих результатах и пока недоказанных гипотезах.

Кудрявцева Елена Александровна

Топология интегрируемых систем на 4-мерных многообразиях

С топологической точки зрения интегрируемую гамильтонову систему можно рассматривать как лагранжево слоение с особенностями на гладком симплектическом $2n$ -мерном многообразии, регулярными слоями которого являются n -мерные торы. Под особенностью мы понимаем особую точку или особый слой слоения. Топологическая структура такой особенности очень важна для понимания динамики интегрируемой системы, как локальной, так и глобальной. Мы предполагаем, что интегрируемая система вещественно аналитична. Мы изучаем только такие особенности, которые устойчивы при малых интегрируемых возмущениях. Это - одна из причин, почему такие особенности встречаются во многих примерах интегрируемых гамильтоновых систем (например, в волчке Ковалевской и других интегрируемых случаях динамики твердого тела). Мы опишем топологические инварианты таких особенностей и получим их классификацию с точностью до послойного гомеоморфизма. Затем мы скомбинируем эти особенности вместе и опишем глобальную структуру слоения.

Коновалова Дина Сергеевна

Об условиях сюръективности собственных немонотонных отображений в R^n

Обсуждается вопрос, при каких условиях собственные отображения конечномерных пространств являются сюръективными. Под собственными отображениями здесь подразумеваются непрерывные отображения, для которых прообраз любого компакта является компактом. В случае конечномерных пространств это условие эквивалентно тому, что образ любой неограниченной последовательности не ограничен. В докладе представлены полученные автором результаты, содержащие как критерий, так и достаточные условия сюръективности таких отображений. В качестве иллюстрации приведено несколько начально-краевых задач, в которых эти результаты могут быть использованы

Кыров Владимир Александрович

Кривизна дуальногельмгольцевой группы

Г.Г. Михайличенко была найдена дуальногельмгольцева геометрия:

$$f(1, 2) = (x_1 - x_2) e^{\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}},$$

где $1 = (x_1, y_1)$ и $2 = (x_2, y_2)$ — точки этой R^2 .

Группу движений этой геометрии можно рассмотреть как результат эффективного действия следующей матричной группы Ли, называемой дуально гельмгольцевой группой:

$$G_3 : \begin{pmatrix} e^z & 0 & x \\ -ze^z & e^z & y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где (x, y, z) — точка дуально гельмгольцевой группы.

На этой группе строится левоинвариантная метрика и связность Леви-Чивиты.

Далее вычисляются компоненты связности с векторным кручением по формуле:

$$\nabla_X Y = \nabla_X^g Y + g(X, Y) V - g(V, Y) X,$$

где $\nabla_X^g Y$ — связность Леви-Чивиты, V — некоторое фиксированное векторное поле, а $g(X, Y)$ скалярное произведение. Результаты вычислений следующие:

$$\nabla_{e_1} e_1 = V^2 e_2 + (1 + V^3) e_3, \nabla_{e_1} e_2 = -\left(\frac{1}{2} e_3 + V^2 e_1\right), \nabla_{e_1} e_3 = \frac{1}{2} e_2 - (1 + V^3) e_1,$$

$$\nabla_{e_2} e_1 = -\left(\frac{1}{2} e_3 + V^1 e_2\right), \nabla_{e_2} e_2 = V^1 e_1 + (1 + V^3) e_3, \nabla_{e_2} e_3 = \frac{1}{2} e_1 - (1 + V^3) e_2,$$

$$\nabla_{e_3} e_1 = -\left(\frac{1}{2} e_2 + V^1 e_3\right), \nabla_{e_3} e_2 = \frac{1}{2} e_1 - V^2 e_3, \nabla_{e_3} e_3 = V^1 e_1 + V^2 e_2.$$

Затем находятся компоненты тензоров кривизны и Риччи:

$$R(X, Y) Z = \nabla_Y \nabla_X Z - \nabla_X \nabla_Y Z + \nabla_{[X, Y]} Z,$$

где X, Y, Z — произвольные векторные поля;

$$r(X, Y) = \text{th}(Z \longrightarrow R(X, Z)Y).$$

Гриневич Петр Георгиевич

Дивизоры Вейля и дивизоры Картье на рациональных кривых в конечнозном интегрировании

В алгебраической геометрии есть два базисных определения дивизоров - как наборов точек с кратностями (дивизоры Вейля) или как наборов нулей и полюсов локально мероморфных функций (дивизоры Картье). Для гладких кривых эти определения эквивалентны, но для особых различие между ними становится существенным.

Нами показано, что параметризация вполне положительных клеток Шуберта дивизорами Дубровина-Натансона на так называемых ММ-кривых (первое М означает, что кривые являются максимально негладкими в смысле Мамфорда, второе - что они имеют максимальное число вещественных овалов) становится регулярным в обе стороны отображением, если работать с дивизорам Картье. Тем самым, указанные клетки Шуберта получают естественную интерпретации как вещественные компонентны якобианов указанных кривых.

Комаров Сергей Сергеевич

В-жесткость простых 3-многогранников с числом граней не более восьми

Как известно, если многогранники P и P' комбинаторно эквивалентны, то соответствующие им момент-угол-многообразия диффеоморфны. Обратное утверждение верно не всегда, поэтому будем называть многогранник P В-жестким, если изоморфизм колец когомологий момент-угол-многообразий Z_P и $Z_{P'}$ влечёт комбинаторную эквивалентность P и P' .

Основная цель доклада - установить связь между С-жесткостью и В-жесткостью простых трёхмерных многогранников с числом граней не более восьми посредством вычисления колец когомологий соответствующих момент-угол-многообразий. Кроме того, мы определим, что такое квазиторическое многообразие над простым многогранником, и сделаем обзор известных результатов о когомологической жесткости семейств квазиторических многообразий над простыми трёхмерными многогранниками.

Асеев Владислав Васильевич

Диаметры сфер в птолемеевой угловой метрике

Птолемеева угловая метрика введена в 2005 г. в совместной работе Асеева–Сычёва–Тетенова. Её частный вариант рассматривался в статьях Вуоринена с соавторами под названием triangular ratio metric. В докладе приводится решение задачи о вычислении диаметра k -мерных сфер в n -мерном пространстве в птолемеевой угловой метрике, а также дано описание всех экстремальных пар точек, на которых реализуется этот диаметр.

Чернавских Михаил Михайлович

Прямоугольные диаграммы слоений в дополнениях к зацеплениям

Формализм прямоугольных диаграмм позволяет сводить изучение топологических объектов к комбинаторике соответствующих диаграмм. С помощью такого формализма в 2006 году И.А. Дынников доказал возможность монотонного упрощения тривиального узла. В работах Дынникова-Прасолова-Шастина были определены диаграммы поверхностей и доказана теорема об алгоритмическом сравнении лежандровых узлов. В моем докладе речь пойдет о диаграммах двумерных слоений в дополнениях к зацеплениям. Доклад будет опираться на <https://arxiv.org/abs/2508.07732>

15 сентября, вторник

Ландо Сергей Константинович

Комбинаторные структуры, выпуклые многогранники и инварианты перестановок

С графами и вложенными графами связаны, соответственно, матроиды и дельта-матроиды — комбинаторные структуры, имеющие аксиоматическое определение. В свою очередь, этим комбинаторным структурам сопоставляются выпуклые многогранники. При этом важные инварианты графов и вложенных графов естественно выражаются в терминах соответствующих выпуклых многогранников. К таким инвариантам относятся, в частности, многочлен Татта матроидов и многочлен переплетений дельта-матроидов. В недавней работе Н. Коданевой и докладчика понятие много-члена переплетений было распространено на произвольные перестановки, причем для перестановки общего вида он оказывается уже не многочленом, а степенным рядом. В связи с этим возникает вопрос, можно ли естественным образом сопоставить перестановке выпуклый многогранник (быть может, неограниченный) и определить для него многочлен переплетений. Все необходимые определения будут даны в ходе доклада.

Мантуров Василий Олегович

A Map from the Classical World to the Virtual World: How to Use Virtual Knot Theory Techniques for Classical Objects

Virtual knot theory offers a rich toolkit of invariants, many of which are significantly more sensitive than their classical counterparts. In this talk, we present an explicit construction of a map from the group of classical braids on n strands to the group of virtual braids on $n(n-1)2^{\frac{n(n-1)}{2}}2n(n-1)$ strands. Crucially, the image of this map consists of genuinely virtual braids: they are not obtained via a trivial inclusion, and their virtuality is essential to the structure. This construction allows us to pull back a wide range of virtual invariants to the classical setting, effectively equipping classical braids and knots with new, finer invariants coming from the virtual world. In our recent work with Kim Seongjong (arXiv:2606.04540), we leverage this approach to construct a graph valued invariant of classical braids and knots, which encodes additional combinatorial and topological data and yields refined classification criteria. We demonstrate how this perspective provides new algebraic and topological constraints for classical objects. A relevant precedent for such a transfer of virtual ideas to the classical realm is the braid representation constructed by Manturov and Nikonov, which illustrates how virtual techniques can reveal new structure in classical settings (Manturov, Nikonov; arXiv:2602.07890). Furthermore, we outline potential extensions of this approach and discuss possible “virtual counterparts” of other topological theories, highlighting directions for future research.

Фоминых Евгений Анатольевич

3-Manifolds with moderately poor triangulations

Poor special polyhedra and poor triangulations were introduced by V. Turaev, A. Vesnin, E. Shumakova and E. Fominykh. Using Turaev–Viro invariants it was established that every compact 3-manifold M has a finite number of poor triangulations. Moreover, all poor triangulations of M consist of the same number of tetrahedra. We introduce the concept of a moderately poor triangulation of a compact 3-manifold, which generalizes the concept of a poor triangulation, and prove that all moderately poor triangulations of a manifold consist of the same number of tetrahedra. Such triangulations were previously described B. Martelli and E. Fominykh as triangulations that do not contain normal surfaces of a special type. In our terminology, one of the main results of Martelli-Fominykh is that among the triangulations of closed manifolds, there exists exactly one moderately poor triangulation, namely, the minimal triangulation of the lens space with parameters $(5, 2)$.

Банару Михаил Борисович

Об аксиомах почти контактных метрических гиперповерхностей для почти эрмитовых многообразий

Рассматривается ситуация, когда через каждую точку некоторого почти эрмитова многообразия проходит почти контактная метрическая гиперповерхность с определенными свойствами. Так сложилось, что эту ситуацию чаще всего как в отечественных, так и в зарубежных источниках описывают следующим образом: рассматриваемое почти эрмитово многообразие удовлетворяет аксиоме соответствующих (то есть обладающих заданными свойствами) почти контактных метрических гиперповерхностей.

Потапов Валентин Владимирович

Гомологические инварианты и нижняя оценка диаграммной сложности зацеплений в утолщенных поверхностях

В докладе излагается конструкция гомологического инварианта узлов и зацеплений в утолщенных поверхностях и формулируется получаемая с его помощью нижняя оценка диаграммной сложности зацеплений, т.е. минимально возможного числа перекрестков на его диаграмме.

Пусть $\ell = C_1 \sqcup \dots \sqcup C_m \subset S \times I$ — зацепление в утолщении ориентируемой поверхности S .

Значениями инвариантов $P(\ell)$ и $Q(\ell)$ являются $m \times m$ матрицы, составленные из формальных линейных комбинаций упорядоченных четвёрок элементов группы $H_1(S; \mathbb{Z}_2)$. ij -й элемент матрицы — это инвариант упорядоченной пары компонент (C_i, C_j) исходного зацепления. Основным ингредиентом конструкции являются графы $U_{ij}(x, y)$, $x, y \in C_i \cap C_j$ — упорядоченная пара перекрестков. Граф имеет вид «две вершины, соединенные четырьмя ребрами». Вершинами графа являются перекрестки на диаграмме, а ребрами — пути по диаграмме, идущие из одного перекрестка пары в другой. Каждому графу сопоставляются гомологические классы четырех из содержащихся в нем окружностей. Итоговые значения получаются суммированием по всем парам различных перекрестков. При этом пары разбиваются на два подмножества, благодаря чему получаются две матрицы $P(\ell)$ и $Q(\ell)$, которые являются изотопическими инвариантами зацепления ℓ с точностью до перенумерации его компонент и автоморфизмов группы $H_1(S; \mathbb{Z}_2)$.

Используя $P(\ell)$ и $Q(\ell)$, можно доказать следующую оценку для $c(\ell)$ — диаграммной сложности зацепления ℓ . Обозначим через $\nu(n)$ минимальное целое z , для которого $z(z-1) \geq n$ и через $c_{ij}(\ell)$ — минимум по всем диаграммам зацепления ℓ числа пересечений компонент C_i и C_j . Тогда $c_{ij}(\ell) \geq \nu(\|P_{ij}(\ell)\| + \|Q_{ij}(\ell)\|)$, где $P_{ij}(\ell), Q_{ij}(\ell)$ — элементы соответствующих матриц и $\|\cdot\|$ обозначает сумму модулей коэффициентов в соответствующих линейных комбинациях. Итоговая оценка $c(\ell)$ получается суммированием приведенных неравенств по всем парам различных компонент.

Причем эта оценка точна в том смысле, что существует бесконечная серия зацеплений, для каждого из которых приведенное неравенство

обращается в равенство

Мустафа Али

Кратчайшие вытянутого эллипсоида вращения

Дано полное описание множества раздела для произвольной точки вытянутого эллипсоида вращения. Доказано, что любые две различные точки такого эллипсоида, не являющиеся его противоположными полюсами, соединимы либо единственной кратчайшей, либо ровно двумя зеркально симметричными кратчайшими. Найден и применен алгоритм сколь угодно точных компьютерных вычислений сопряжённых точек вдоль любой геодезической произвольного вытянутого эллипсоида вращения.

Вершинин Владимир Валентинович

Функции роста для моноидов положительных кос с особенностями

Мы приводим точные формулы для производящих функций роста для моноидов положительных кос с особенностями из трех и четырех нитей. Кроме того, мы рассматриваем семейство прямоугольных моноидов Артина, тесно связанных с моноидами положительных кос с особенностями, исследуем скорости роста для этих моноидов и сравниваем их между собой. Совместная работа с Александром Анисимовым.

16 сентября, среда

Горбунов Василий Геннадьевич

Новый взгляд на модель Гельфанда Зелевинского в теории представлений

И. М. Гельфанд и А. В. Зелевинский предложили новый геометрический подход к теории представлений классических групп. А именно, была предложена модель, содержащее каждое неприводимое представление группы G с кратностью один, в пространствах функций на однородных пространствах G/M . Для групп GL_n , O_n и Sp_{2n} они явно описываются соответствующие подгруппы M и их так называемые сферические векторы, которые и нумеруют представления G . Эта конструкция заметно отличается от стандартной модели, где все представления G появляются с кратностью один в функциях на однородном пространстве G/U , где U унитарная группа. В докладе будет представлен новый взгляд на эти две конструкции, основанный на теории электрических алгебр Ли, разработанный совместно с А. Бернштейном.

Шарафутдинов Владимир Альтафович

Характеризация двумерного лучевого преобразования на соболевских пространствах симметричных тензорных полей

Характеризация образов интегрально-геометрических операторов (таких, как преобразование Радона) является традиционной темой интегральной геометрии, начатой пионерской работой Фрица Йона 1938 г. и насчитывающей несколько громких имен: Гельфанд, Решетняк, Хелгасон, Наттерер и др. Первоначально речь шла о характеристике образов таких операторов на пространствах типа Шварца $S(\mathbb{R}^n)$ гладких быстро убывающих функций, но затем интерес сместился в сторону пространств типа $L^2(\mathbb{R}^n)$ и соболевских пространств $H^s(\mathbb{R}^n)$.

Я планирую привести краткий исторический обзор, а затем рассказать о своих последних результатах о лучевом преобразовании симметричных тензорных полей в двумерном случае. Как ни странно, двумерный случай в определенном смысле труднее многомерного, поскольку в двумерном случае отсутствуют дифференциальные уравнения Йона. Основным инструментом здесь является некая версия формулы Решетняка для соленоидальных тензорных полей.

Это совместная работа с Divyansh Agrawal and Venkateswaran P. Krishnan (Centre for Applicable Mathematics, Tata Institute of Fundamental Research, India).

Нигомедьянов Даниил Дамирович

Сравнение объёмов гиперболических 3-многообразий с вполне геодезическим краем из одного семейства

Центральными объектами изучения в трёхмерной геометрии и топологии являются гиперболические многообразия. Объём является важным инвариантом гиперболических трёхмерных многообразий, однако его достаточно сложно вычислять. В работе установлена точная формула объёма для одной бесконечной серии многообразий, а также выявлены бесконечные последовательности многообразий из данной серии, объём которых монотонно возрастает.

Соловьев Дмитрий Вячеславович

О квадратичных интегралах магнитных геодезических потоков и обобщённый метод годографа

Одной из задач теории интегрируемых систем является поиск дополнительных интегралов. В случае гамильтоновых систем с двумя степенями свободы достаточно найти один функционально независимый от гамильтониана интеграл. В большинстве известных примеров интегралы представляют собой полиномиальные по импульсам функции. В докладе будут представлены новые примеры магнитных геодезических потоков, обладающих квадратичным интегралом, а также метод их построения с помощью обобщённого метода годографа.

Абиев Нурлан Абиевич

Кривизна Риччи под воздействием нормализованного потока Риччи на некоторых пространствах Штифеля

Доказано, что на пространствах Штифеля $V_2\mathbb{R}^n \cong \mathrm{SO}(n)/\mathrm{SO}(n-2)$ с $n \geq 3$ нормализованный поток Риччи сохраняет положительность кривизны Риччи инвариантных римановых метрик. Более того, метрики со смешанной кривизной Риччи переводятся потоком в метрики с положительной кривизной Риччи.

Григорьев Данила Сергеевич

О конформно киллинговых векторных полях на одном классе лоренцевых многообразий

Векторные поля Киллинга порождают алгебру Ли группы движений многообразия и традиционно привлекают внимание математиков. Естественным обобщением данных полей являются конформно киллинговы векторные поля, алгебра Ли которых соответствует группе конформных преобразований многообразия. Важным приложением конформно киллинговых векторных полей являются солитоны Риччи, которые впервые были рассмотрены Р. Гамильтоном в процессе исследования потоков Риччи на многообразиях. Солитоны Риччи являются обобщением эйнштейновых метрик на (псевдо)римановых многообразиях и их уравнение изучалось на различных классах многообразий многими математиками. В данной работе исследуются конформно киллинговы векторные поля на одном классе лоренцевых многообразий, содержащем пространства (анти)де Ситтера. Уравнение конформно киллингова векторного поля в специальной системе координат приводится к системе дифференциальных уравнений, находится общее решение. Ранее авторами изучались данные типы полей, а также их связь с солитонами Риччи в случае обобщенных пространств Кахена—Уоллаха. Ключевые слова: Конформно киллинговы векторные поля, лоренцевы многообразия

Агапов Сергей Вадимович

О трансцендентных интегралах некоторых гамильтоновых систем

В докладе будет рассказано о том, как при помощи одной известной конструкции можно построить большое количество интегрируемых примеров двумерных геодезических потоков и натуральных механических систем, в том числе в магнитном поле, с дополнительным трансцендентным интегралом.

Аниконов Дмитрий Сергеевич

Задачи интегральной геометрии в классе разрывных функций

Предлагается краткий обзор работ Аниконова Д.С. и его коллег за последние три года. Эти исследования были посвящены теории интегральной геометрии, имеющей обширные приложения в теоретической и прикладной математике и особенно в теории зондирования сред различными физическими сигналами. Основное внимание авторов было уделено проблеме обращения различных интегральных преобразований в случаях, когда подынтегральные функции могут быть разрывными. Последнее обстоятельство является очень актуальным, но несмотря на это недостаточно исследованным. Предлагаемые в докладе формулы обращения могут улучшить состояние исследований в указанной области.

Козловская Татьяна Анатольевна

Структура группы кактусов

В современной теории групп активно исследуются аналоги группы кос. Ключевую роль в этих исследованиях играет группа твинов, геометрическая интерпретация которой во многом напоминает структуру классических кос. Операция замыкания элемента этой группы порождает дудл. Поскольку для дудлов определены преобразования, аналогичные движениям Рейдемейстера, становится возможной постановка задачи их классификации. Кроме того, внутри группы твинов выделяется подгруппа кактусов. Группа кактусов впервые появилась в работах С. Л. Девадосса, М. Дэвиса, Т. Янушкевича и Р. Скотта во время изучения мозаичной операды и групп отражений. Позднее А. Энрикес и Д. Камницер дали ему собственное имя — «группа кактусов». В данной работе исследуется коммутант группы кактусов на четырех нитях. Для этой группы установлена система порождающих и определяющих соотношений. Построено разложение коммутанта группы кактусов в HNN-расширение с базовой группой $Z_2 * Z_2 * Z$ и бесконечными циклическими ассоциированными подгруппами.

17 сентября, четверг

Ведюшкина Виктория Викторовна

Топологическое моделирование интегрируемых систем бильiardными книжками

Топологическое моделирование интегрируемых гамильтоновых систем — перспективное направление, связывающее динамику, геометрию и топологию. В докладе представлены недавние результаты, посвященные обнаружению схожести и различий между классическими интегрируемыми случаями (системами Жуковского, Горячева и Ковалевской) и классом бильiardных книжек. В качестве основного инструмента используется описание слоения Лиувилля интегрируемых систем с помощью инвариантов Фоменко-Ципанга. Эти инварианты позволяют описывать системы с точностью до так называемой лиувиллевой эквивалентности — т.е. послойного диффеоморфизма между слоями дополнительного интеграла на невырожденных поверхностях постоянной энергии. Будет показано, какие именно слоения вышеупомянутых интегрируемых систем лиувиллево эквивалентны слоениям бильiardных книжек, а какие — нет. В частности, будут описаны свойства инвариантов бильiardных книжек, препятствующие такой топологической реализации.

Талалаев Дмитрий Валерьевич

Интегрирование по Ли-Бианки полной системы Тоды и преобразование Ланцоша-Крылова

В недавней совместной работе с Ю. Черняковым и Г. Шарыгиным мы реализовали критерий интегрируемости по Ли-Бианки для полной симметрической системы Тоды, мы нашли разрешимую алгебру Ли симметрий этой системы. В докладе пойдет речь о развитии метода, а именно об интегрировании этого семейства симметрий: будет представлена конструкция действия соответствующей группы Ли, которая заслуживает отдельного интереса — это так называемая стохастическая подгруппа. Кроме того, оказалось, что это действие тесно связано с так называемым отображением Ланцоша-Крылова, сопоставляющее каждой симметрической матрице Якобиеву матрицу. Мы интерпретируем это отображение, как проекцию фазового пространства полной системы Тоды в таковое для открытой цепочки Тоды. Один из главных результатов доклада — это теорема о том, что действие стохастической группы симметрий полной системы Тоды касается слоев отображения Ланцоша-Крылова.

Тетенев Андрей Викторович

Топологические свойства самоподобных дендритов

Доклад содержит обзор результатов о топологических свойствах самоподобных дендритов в $\mathbb{R}^n$, пересечениях их копий, связи между порядками ветвления и соответствующими множествами адресов

Симаков Валентин Константинович

Полуравномерное произведение и конструкции пределов в категории пространств Чу над равномерными пространствами

В докладе рассматривается категория $\text{Chu}(\text{Unif})$ пространств Чу над категорией равномерных пространств. Используются полуравномерное произведение * Исбелла и равномерное пространство $H(X, Y)$ равномерных отображений. Для этих конструкций рассматривается естественный изоморфизм $\text{Hom}_{\text{Unif}}(X * Y, Z) \cong \text{Hom}_{\text{Unif}}(X, H(Y, Z))$. Приводятся конструкции пределов и копределов в $\text{Chu}(\text{Unif})$, в частности произведений, уравнивателей, расслоенных произведений, копроизведений и коуравнивателей. Обсуждаются полнота и кополнота данной категории.

Батанин Михаил Александрович

Kontsevich's Swiss Cheese conjecture, twisted tensor product of dg categories and 2-operads

We present a proof of a strong version of Kontsevich's Swiss Cheese conjecture for the Hochschild complex of an associative dg algebra. We use techniques involving Shoikhet's twisted tensor product of dg categories and the theory of Batanin's 2-operads. This is joint work with Boris Shoikhet.

Макарчук Борис Анатольевич

Однозначная разложимость детского рисунка Гротендика в связную сумму примарных рисунков и её применение к изучению атомов

Доклад посвящен исследованию структуры детских рисунков Гротендика по отношению к операции связной суммы рисунков. Вводится понятие примарного (т.е. неразложимого) рисунка. Основным результатом является утверждение о том, что любой рисунок может быть представлен в виде связной суммы конечного числа примарных рисунков, при этом набор примарных рисунков, из которых данный рисунок может быть получен с помощью операции связной суммы, определен однозначно и называется набором примарных компонент данного рисунка. Эта теорема позволяет в некотором смысле свести вопрос изучения всех детских рисунков Гротендика к изучению меньшего подкласса объектов — примарных детских рисунков. Связная сумма нескольких рисунков кодируется с помощью дерева с дополнительной структурой, названного схемой примарной склейки.

Подход, при котором детский рисунок рассматривается как связная сумма своих примарных компонент, оказывается удобным при исследовании целого ряда вопросов. Для иллюстрации этого тезиса, ограничимся лишь рассмотрением детских рисунков, все белые вершины которых имеют степень 2. Такие рисунки называются чистыми и находятся во взаимоднозначном соответствии с множеством карт на поверхностях, а также с множеством 2-атомов — объектов, введенных А.Т. Фоменко для описания локального строения бифуркаций тором Лиувилля в слое Лиувилля на изоэнергетическом 3-мерном многообразии гамильтоновой системы. Все теоремы о примарном разложении можно формулировать на языке карт и атомов. Среди всех атомов выделяются такие классы, как высотные, уникурсальные и сферические атомы. Оказывается, верно следующее утверждение: атом является высотным/уникурсальным/сферическим тогда и только тогда, когда все его примарные компоненты — высотные/уникурсальные/сферические атомы.

Доклад основан на совместных работах с Е.А. Кудрявцевой.

Поликанова Ирина Викторовна

Некоторые свойства выпуклых кривых в n -мерном евклидовом пространстве

Существуют различные понятия выпуклой кривой, не предполагающие её гладкости. Например, В.Д. Седых называет кривые слабо выпуклыми, если они лежат на границе своей выпуклой оболочки. Всякая кривая, лежащая на выпуклой гиперповерхности является слабо выпуклой. От И. Шoenберга пошло определение выпуклой кривой в E_n как кривой, которую всякая гиперплоскость пересекает не более чем в n точках с учётом кратности пересечения. Мы придерживаемся понятия выпуклой кривой, предложенного Ю.Г. Решетняком с целью выявления конкретных видов кривых, относящихся к классу односторонне гладких или к более узкому классу кривых конечного поворота, введённых и изученных А.Д. Александровым и Ю.Г. Решетняком. Это простая кривая, в каждой точке x которой существует выпуклый $(n - 1)$ -гранный угол с вершиной x , содержащий эту кривую, раствор которого не меньше фиксированного числа $\varepsilon > 0$. Изучены свойства этой кривой:

1. Через каждую точку пространства проходит лишь конечное число прямых, касающихся выпуклой кривой (получены оценки их количеств).
2. Существует лишь конечное число прямых, касающихся выпуклой кривой и параллельных данной прямой (получены оценки их количеств).
3. В каждой внутренней точке выпуклой кривой существуют левая и правая полукасательные, а на концах – одна из них.
4. Касательная к выпуклой кривой непрерывна на множестве гладких точек.
5. Если выпуклая кривая содержит прямолинейный отрезок, то концы отрезка не являются точками возврата.
6. Всякая прямая пересекает выпуклую кривую не более чем по двум связным компонентам.

Методы доказательства преимущественно топологические с применением теории выпуклых множеств.

Бочко Владимир Александрович

Square-Zero Column Reductions of the Marchenko Kernel in Zakharov's Dressing Scheme: the Schwarzschild Metric, Static Spherically Symmetric Metrics, and Spatially Flat FLRW Cosmologies

Рассматривается специальный точно решаемый класс ядер в задаче Гельфанда–Левитана–Марченко, возникающей в схеме одевания Захарова для пространств диагональной кривизны. Показано, что для некоторых одностолбцовых ядер соответствующая матричная алгебра имеет нулевой квадрат, вследствие чего нелинейное уравнение Марченко вырождается в $K = F$. На сферическом фоне радиальная редукция дает данные одевания для евклидовой метрики Шварцшильда и, при произвольном выборе двух независимых канальных функций, описывает статические сферически-симметричные диагональные метрики. Аналогичная временная редукция приводит к пространственно-плоским метрикам FLRW. При этом данные Марченко определяют коэффициенты вращения, тогда как выбор самой метрики требует дополнительного выбора решения системы Ламе, то есть представителя семейства Комбескюра. Для статического сектора после фиксации этой свободы вакуумные уравнения Эйнштейна сводятся к дифференциальному соотношению между двумя каналами ядра и условию постоянства массового интеграла.

Александров Виктор Алексеевич*О классификации Коннелли изгибаемых бипирамид с 4- и 5-угольными экваторами*

Доклад посвящён теории изгибаемых многогранников в трёхмерном евклидовом пространстве. В нём несколько конкретных ранее известных изгибаемых бипирамид с 4- и 5-угольными экваторами "пропускаются" через общую классификацию изгибаемых бипирамид, предложенную Р. Коннелли в 1980х годах. Основной результат, обсуждаемый в докладе, состоит в том, что две изгибаемые бипирамиды с 5-угольными экваторами, построенные М. Галле, Г. Гразеггером, Я. Легерски и Й. Шичо в 2024 году в <arXiv 2410.13811>, принадлежат разным классам эквивалентности по классификации Коннелли. В докладе представлены результаты совместной работы с Е.П. Волокитиным.

Скурихин Евгений Евгеньевич*Бифункторы, пучки и гомологическая топология объектов топосов Гротендика*

Классическая теория пучков на топологических пространствах связана со свойствами наследственно паракомпактных пространств и свойством мягкости. В частности, это относится к теории гладких и комплексных многообразий, топологической теории размерности, к анализу расслоений и непрерывных отображений, к изучению свойств подпространств. Использование методов и понятий, относящихся к топосам Гротендика, позволяет расширить область применения упомянутых методов на произвольные объекты топосов Гротендика, и значит на произвольные категорные объекты. Как частные случаи, получаются общие результаты, относящиеся к вполне регулярным (Тихоновским) пространствам, равномерным пространствам, пространствам Чу, нижним полурешёткам.

В докладе приводятся новые результаты. Доказывается, что свойства пучков, необходимые для получения классических результатов, относящихся к паракомпактным пространствам, связаны с абстрактными равномерными структурами, которые имеются на любом предпучке множеств, то есть на любом категорном объекте. В рамках абстрактных равномерных структур практически в полном объёме развивается классическая теория пучков, включая свойства когомологических размерностей, морфизмов, подобъектов.

Результаты, относящиеся к морфизмам в топосах Гротендика и пространствах Чу, развиваются и обобщаются в рамках изучения бифункторов. Как и в случае с результатами, описанными выше, обобщения в рамках концепции Гротендика дают уточнения и углубления ранее изученных частных случаев.

Цыганков Дмитрий Александрович*Прямоугольные многогранники и гиперболические многообразия*

Пусть P — прямоугольный n -мерный многогранник конечного объёма в пространстве Лобачевского L^n . Некоторые вершины такого многогранника могут лежать на абсолюте ∂L^n .

Конструкция из [1] по правильной раскраске

$$\Lambda: F \longrightarrow \mathbb{Z}_2^k$$

набора гиперграней F многогранника P позволяет построить гиперболическое многообразие $N(P, \Lambda)$, склеенное из 2^k копий P . Правильная

раскраска задаёт характеристическое отображение

$$\Lambda: \mathbb{Z}_2^m \longrightarrow \mathbb{Z}_2^k,$$

которое используется в дальнейших конструкциях.

В случае, если P не имеет вершин на абсолюте, $N(P, \Lambda)$ гомеоморфно факторпространству вещественного момент-угол многообразия $\mathbb{R}\mathcal{Z}_P$, которое изучается в торической топологии [2,3].

Я расскажу про гомотопический тип таких многообразий в случае некомпактного P и критерий ориентируемости.

Такое описание позволяет считать кольца когомологий: в случае идеальных многогранников (или если идеальная вершина только одна) получаются факторкольцо кольца многочленов с коэффициентами в $\mathbb{Z}_2$ по идеалам, которые описываются комбинаторикой многогранника P . В иных случаях когомологии более сложные, но всё ещё выглядят обозримо.

Список литературы

[1] Веснин А. Ю. Трёхмерные гиперболические многообразия типа Лёбелля. // Сиб. матем. журн., 28:5 (1987), 50–53.

[2] M. W. Davis and T. Januszkiewicz. *Convex polytopes, Coxeter orbifolds and torus actions*. // Duke Math. J., 62:2 (1991), 417–451.

[3] В. М. Бухштабер, Н. Ю. Ероховец, М. Масуда, Т. Е. Панов, С. Пак. Когомологическая жёсткость многообразий, задаваемых трёхмерными многогранниками (2017). // Успехи мат. наук, т. 72, вып. 2 (434).

Копылов Ярослав Анатольевич

Когомологии Орлича локально компактных групп

Доклад представляет собой обзор результатов автора последних лет, касающихся связи групповых и асимптотических когомологий Орлича локально компактных групп, вопроса о тривиальности одномерных когомологий общих дискретных групп и существования трансляционно инвариантных линейных функционалов на пространствах, связанных с пространствами Орлича, на локально компактных группах, и связи этого вопроса с одномерными когомологиями Орлича.

Горбунов Антон Андреевич

Некоторые свойства инварианта Мураками пространственных графов

В классической работе [1] С. Ямада ввёл полиномиальный инвариант $Y(A)$ пространственных графов относительно жёсткой изотопии. В работе [2] на основе полинома

$\text{NOMFLY } P(a, z)$ для зацеплений Дж. Мураками построил двухпараметрический инвариант $Z_s(a, z)$ пространственных графов, являющийся расширением полинома Ямады Y . Его конструкция такова: задаётся раскраска вершин $s: V_G \rightarrow \{\pm 1\}$, после чего каждая вершина и каждое ребро диаграммы G заменяются на определённые линейные комбинации дуг. Результатом замены является формальная линейная комбинация диаграмм зацеплений $\mathcal{L}_G$, и по определению $Z_s(G; a, z) := P(\mathcal{L}_G; a, z)$.

Получены следующие результаты:

1. **Поведение при зеркальном отражении.** Установлена формула

$$Z_s(mG; a, z) = Z_{\bar{s}}(G; -a^{-1}, z),$$

где mG — зеркальный образ графа G , $\tilde{s}(v) = s(v) \cdot (-1)^{n_v}$, n_v — степень вершины $v \in V_G$.

2. Исправленная формула связи с полиномом Ямады. Найдено верное соотношение

$$Z_s(G; -A^{-4}; A^2 - A^{-2}) = \prod_{v \in V_G} \frac{1 + s(v)}{2} \cdot \frac{Y(G; A^4)}{-(A^2 + A^{-2})^{|E_G| - |V_G| + 1}},$$

которое отличается от исходной формулы Мураками множителем $\prod \frac{1+s(v)}{2}$ и корректно учитывает вклад раскраски вершин.

3. Поведение при шестом движении Рейдемейстера. Получена явная формула изменения инварианта при шестом движении Рейдемейстера.

4. Вырожденность для определенных раскрасок вершин. Доказано, что если раскраска s вершин графа G удовлетворяет равенству $\prod_{v \in V_G} s(v) = -1$, то $Z_s(G) = 0$.

5. Явная формула для торических зацеплений $T(n, 2)$. Для семейства зацеплений $T(n, 2)$ получена замкнутая формула, из которой следует, что нормированный инвариант $Z_s(G) \setminus Z_s(0_1)$ зависит только от a^2 и z^2 .

6. Вычисления для конкретных диаграмм. Приведены явные выражения инварианта Мураками для ряда диаграмм зацеплений и графов.

Список литературы:

[1] S. Yamada, *An invariant of spatial graphs* // Journal of Graph Theory, **13**:5, 537–551 (1989).

[2] J. Murakami, *The Yamada polynomial of spacial graphs and knit algebras* // Communications in Mathematical Physics, **155**:3, 511–522 (1993).

Сухонос Андрей Григорьевич

Пространства Чу над категориями предпучков множеств

Изучены категории пространств Чу над категорией предпучков множеств, как постоянными, так и с переменными коэффициентами. Доказана полнота и кополнота, даны конструкции пределов и копределов. Доказаны критерии мономорфности и эпиморфности морфизмов. Как частные случаи, получены результаты о пространствах Чу над категориями множеств и множеств с действиями моноидов.

Сторожук Константин Валерьевич

Физически не реализуемые погружения диска в плоскость

Двумерная поверхность, гладко изоморфная диску, может допускать изометрическое погружение в евклидову плоскость. Будет рассказано, как можно строить такие погружения по контуру граничной кривой. Интересно, что граничная кривая может определять соответствующую погруженную поверхность неоднозначно. Еще менее известно, что погружение иногда нельзя сделать вложением в трехмерное пространство, добавив к образу в плоскости третью координату (то есть может не существовать поднятия (факторизации) соответствующего отображения в плоскость). На языке "склеивания из бумаги" это означает, что, склеив такой диск из плоских кусочков бумаги, положить его плоско на стол (хоть и в несколько слоёв) не удастся.

Аликбаров Максим Михайлович

$H(n)$ -гордиевы графы и их фактор-графы

$H(n)$ -преобразование узлов (или нотоидов, введенных В.Г.Тураевым в работе [6]) – это локальное изменение диаграммы, указанное на Рис. 1. $H(n)$ -гордиевым графом узлов (или нотоидов) называется граф, вершинами которого являются узлы (соответственно нотоиды) и две вершины соединены ребром, если их диаграммы связаны одним $H(n)$ -преобразованием и, возможно, плоской изотопией.

Для заданного инварианта узлов (или нотоидов) можно рассматривать факторграф $H(n)$ -гордиева графа относительно этого инварианта. Его вершинами являются классы узлов (соответственно нотоидов), значения инварианта на которых совпадают, и два класса соединены ребром, если существуют их представители, диаграммы которых связаны одним $H(n)$ -преобразованием и, возможно, плоской изотопией.

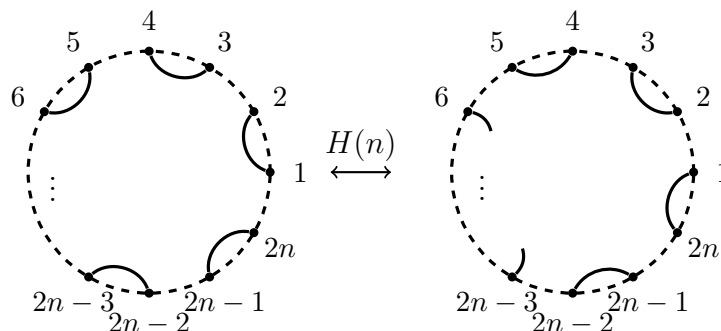


Рис. 1: $H(n)$ -преобразование.

В работе [5] авторы показывают, что $H(n)$ -гордиев граф узлов не является гиперболическим в смысле Громова [3] для всех $n \geq 2$.

В работе [1] мы представляем аналогичный результат для $H(n)$ -гордиева графа нотоидов. Также мы исследуем его факторграфы относительно некоторых инвариантов нотоидов и показываем их гиперболичность.

Теорема 1 [1] Для $n \geq 2$, обозначим через $G(H(n))$ $H(n)$ -гордиев граф нотоидов. Тогда $G(H(n))$ не гиперболический в смысле Громова.

Теорема 2 [1] Пусть inv один из следующих инвариантов: высота нотоида [6], ширина аффинного индексного полинома [4], z -ширина или u -ширина функции $H(t, y, z)$ [2]. Обозначим через $G(H(n), inv)$ факторграф $H(n)$ -гордиева графа нотоидов, факторизованный по инварианту inv . Тогда $G(H(n), inv)$ 0-гиперболический и изоморфен полному графу на счётном числе вершин.

Список литературы:

- [1] M. Alikbarov, A. Vesnin, *$H(n)$ -Gordian graphs of knotoids and Quotients*, in prep. (2026).
- [2] W. Feng, F. Li, A. Vesnin, A three-variable transcendental invariant of planar knotoids via Gauss diagrams. *Mediterranean Journal of Mathematics* **22** (2025) paper 99.
- [3] M. Gromov, Hyperbolic groups, in: *Essays in group theory*, Springer, New York (1987) 75–263.
- [4] N. Gugumcu, L. H. Kauffman, New invariants of knotoids. *European Journal of Combinatorics* **65** (2017) 186–229.
- [5] S. Jabuka, B. Liu, A. H. Moore, Knot graphs and Gromov hyperbolicity. *Math. Z.* **301** (2022) 811–834.

[6] V. Turaev, Knotoids. *Osaka J. Math.* **49** (2012) 195–223.