О ДИСКРЕТИЗАЦИИ В РИМАНОВОЙ ГЕОМЕТРИИ

Сергей Иванов

Для приближенного решения уравнений на римановых многообразиях и связанных с этим обратных задач требуется дискретизация — приближенное представление многообразия дискретным набором данных. Традиционный подход к этой проблеме — использовать триангуляции многообразия и и полиэдральные приближения римановой метрики. Он хорошо работает в размерности 2, но в старших размерностях возникающие требования равномерной невырожденности трудно выполнимы, особенно в обратных задачах. Я расскажу о другом подходе: приближении многообразия конечными метрическими пространствами в смысле расстояния по Громову–Хаусдорфу. В частности, я опишу алгоритмически проверяемый критерий того, что дискретное пространство близко к некоторому n-мерному риманову многообразию с данными ограничениями на кривизну и радиус инъективности.

Кроме того, по дискретизации многообразия в указанном смысле можно построить дискретизацию оператора Лапласа–Бельтрами, которая представляет собой дискретный лапласиан подходящего взвешенного графа. Для этого дискретного лапласиана удалось доказать сходимость собственных чисел к собственным числам настоящего оператора Лапласа–Бельтрами, причем сходимость равномерна по всем многообразиям при фиксированных ограничениях на кривизну, диаметр и радиус инъективности.

Результаты получены в (продолжающейся) совместной работе с Д. Бураго и Я. Курылевым.

Санкт-Петербургское отделение математического института им. В.А.Стеклова РАН, С.-Петербург, 191023, Фонтанка 27, Россия

E-mail address: svivanov@pdmi.ras.ru

Исследования поддержаны грантом РФФИ 11-01-00302-а.