МНОЖЕСТВА КРОНЕКЕРА И ИЗОМЕТРИИ ПРОСТРАНСТВА $C(M)$, ПЛОТНО ОБМАТЫВАЮЩИЕ ТОР

КОНСТАНТИН СТОРОЖУК

Пусть X — банахово пространство, $T : X \to X$ — линейный оператор, такой, что для каждого $n \in \mathbb{N}$ $\|T^n\| \le C < \infty$. Положим $X_0 = \{x \in X \mid T^n x \to_{n\to\infty} 0\}$. Оператор T называется асимптотически конечномерным, если $\operatorname{codim} X_0 < \infty$.

Во многих случаях достаточным условием асимптотической конечномерности является наличие компакта $K \subset X$, притягивающего в том или ином смысле орбиты элементов единичного шара B_X. Например, если для каждого $x \in B_X$ $\limsup_{n\to\infty} \rho(T^n x, K) \le \eta < 1$.

В [1] поставлен вопрос (Problem 1.3.33): будет ли T асимптотически конечномерным, если в предыдущем условии $\limsup$ заменить на $\liminf$?

Мы даем отрицательный ответ, строя *изометрии* пространства $C(M)$, удовлетворяющие условию (Problem 1.3.33) с числом $\eta = \frac{1}{2}$, с притягивающей *точкой* K.

Пусть M — замкнутое подмножество комплексной окружности Λ, $C(M)$ — пространство непрерывных функций и $T : C(M) \to C(M)$ — оператор умножения на аргумент, $(Tf)(t) = tf(t)$. Это — линейная изометрия. Рассмотрим тор $O(M) = \{f : M \to \mathbb{C}, \|f\| = \|\frac{1}{f}\| = 1\}$.

Теорема ([2])

Если M — множество Кронекера, то T-орбиты точек тора $\frac{1}{2}O(M)$ плотны в $\frac{1}{2}O(M)$ и $\frac{1}{2}$-плотны в единичном шаре пространства $C(M)$.

Список литературы

[1] E. Yu. Emel'yanov, *Non-Spectral Asymptotic Analysis of One-Parameter Operator Semigroups*, Operator Theory Advances and Applications, V. 173, Birkhauser, (2007).

[2] К. В. Сторожук, "Изометрии с плотными обмотками тора в $C(M)$", *Функциональный анализ и его приложения*, 46, No. 3, 89—91 (2012).

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail address: stork@math.nsc.ru

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих научных школ, код проекта НШ-921.2012.1.