

О ГРАФАХ, В КОТОРЫХ ОКРЕСТНОСТИ ВЕРШИН СИЛЬНО РЕГУЛЯРНЫ С ПАРАМЕТРАМИ $(111, 30, 5, 9)$ ИЛИ $(169, 42, 5, 12)$

А.М. КАГАЗЕЖЕВА, А.А. МАХНЕВ

В [1] начато решение задачи изучения графов, в которых окрестности вершин — сильно регулярные графы с неглавным собственным значением 3. А именно, получена редукция задачи к изучению графов, в которых окрестности вершин являются исключительными сильно регулярными графами с неглавным собственным значением 3. В [2] найдены параметры исключительных сильно регулярных графов с неглавным собственным значением 3. В частности, граф с $\lambda = 5$ имеет параметры $(21, 10, 5, 4)$, $(111, 30, 5, 9)$ или $(169, 42, 5, 12)$. В данной работе изучены вполне регулярные графы, в которых окрестности вершин сильно регулярны с указанными параметрами.

Теорема 1. Пусть Γ — вполне регулярный граф, в котором окрестности вершин — сильно регулярные графы с параметрами $(111, 30, 5, 9)$, u — вершина графа Γ и $k_i = |\Gamma_i(u)|$. Тогда $d(\Gamma) = 3$, k_3 четно и выполняется одно из утверждений:

- (1) $\mu = 30$, $2 \leq k_3 \leq 18$;
- (2) $\mu = 40$, $2 \leq k_3 \leq 6$ и Γ_3 является объединением изолированных вершин и ребер.

Теорема 2. Пусть Γ — вполне регулярный граф, в котором окрестности вершин — сильно регулярные графы с параметрами $(169, 42, 5, 12)$, u — вершина графа Γ и $k_i = |\Gamma_i(u)|$. Тогда $d(\Gamma) = 3$ и выполняется одно из утверждений:

- (1) $\mu = 39$, k_3 четно, $2 \leq k_3 \leq 42$;
- (1) $\mu = 42$, k_3 нечетно, $3 \leq k_3 \leq 33$
- (3) $\mu = 63$, k_3 четно, $2 \leq k_3 \leq 12$ и Γ_3 является объединением изолированных вершин и ребер.

Следствие. Пусть Γ — дистанционно регулярный граф, в котором окрестности вершин — сильно регулярные графы с собственным значением 3 и параметрами $(v', k', 5, \mu')$. Тогда окрестности вершин либо изоморфны треугольному графу $T(7)$ и Γ — половинный граф 7-куба, либо сильно регулярны с параметрами $(169, 42, 5, 12)$ и Γ имеет массив пересечений $\{169, 126, 1; 1, 42, 169\}$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 12-01-00012), программы отделения математических наук РАН (проект 12-Т-1-1003) и программ совместных исследований УрО РАН с СО РАН (проект 12-С-1-1018) и с НАН Беларуси (проект 12-С-1-1009).

Список литературы

- [1] Махнев А.А. *О сильно регулярных графах с собственным значением 3 и их расширениях*. Доклады академии наук. 451:5, 2013, С. 475–478.
- [2] Махнев А.А., Падучих Д.В. *Исключительные сильно регулярные графы с собственным значением 3 и их расширения*. Межд. конф. "Алгебра и комбинаторика". Тез. докл. Екатеринбург, 2013, С. 67-69.

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург (Россия)

E-mail address: makhnev@imm.uran.ru