

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ DIFFERENTIAL EQUATIONS

УДК 517.95

## ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА ТИПА ФУКСА НА ПЛОСКОСТИ

© С. А. Абдыманапов, С. А. Алтынбек \*

\* AASerik333@list.ru

Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Пусть  $0 < \varphi_1 \leq 2\pi$  и  $G = \{z = re^{i\varphi} : 0 \leq r < \infty, 0 \leq \varphi \leq \varphi_1\}$ . Рассмотрим в  $G$  уравнения

$$4\alpha\bar{z}^2W_{\bar{z}\bar{z}} + 4\beta z\bar{z}W_{z\bar{z}} + 4\gamma z^2W_{zz} + b(\varphi)\bar{W} = f(\varphi)r^\lambda, \quad (1)$$

где  $b(\varphi), f(\varphi) \in C[0, \varphi_1]$ ,  $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$  — действительные параметры, удовлетворяющие условиям  $\beta = \alpha + \gamma$ ,  $\lambda > 0$ . Случай  $\beta \neq \alpha + \gamma$  рассмотрен в [1].

Нами получено одно многообразие непрерывных решений из класса

$$W_p^2(G), \quad 1 < p < 2 \quad (2)$$

в виде

$$W(z) = \begin{cases} r^\lambda[(BF)(\varphi) + cP_2(\varphi) + \bar{c}P_1(\varphi)], & \text{если } \lambda \neq 1, \alpha \neq \gamma, \\ \frac{\theta \cdot f(\varphi) - b(\varphi) \cdot \bar{f}(\varphi)}{\theta^2 - b(\varphi) \cdot \bar{b}(\varphi)} \cdot r^\lambda, & \text{если } \lambda \neq 1, \alpha = \gamma, \\ \frac{\bar{f}(\varphi)}{b(\varphi)} \cdot r^\lambda, & \text{если } \lambda = 1, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\theta = (\alpha + \beta + \gamma)(\lambda^2 - \lambda)$ ,  $c$  — произвольное комплексное постоянное. Функции  $(BF)(\varphi)$ ,  $P_1(\varphi)$ ,  $P_2(\varphi)$  определены в виде равномерно сходящихся рядов через коэффициенты уравнения (1).

С помощью формулы (3) решены:

ЗАДАЧА  $D_1$ . Требуется найти решение уравнения (1) из класса (2), удовлетворяющее условиям:

$$\begin{aligned} |W(r, \varphi)| &= O(r^\lambda), \quad r \rightarrow \infty, \\ W(r, 0) &= b_1 r^\lambda, \end{aligned}$$

где  $b_1$  — заданное комплексное число,  $\lambda > 0$  — заданное действительное число.

ЗАДАЧА  $D_2$ . Требуется найти решение уравнения (1) из класса (2), удовлетворяющее условиям:

$$|W(r, \varphi)| = O(r^\lambda), \quad r \rightarrow \infty,$$

$$\frac{\partial W(r, 0)}{\partial \varphi} = b_2 r^\lambda,$$

где  $b_2$  — заданное комплексное число,  $\lambda > 0$  — заданное действительное число.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алтынбек С. А., Тунгатаров А. Б. Задача Дирихле для одной системы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка типа Фукса на плоскости // Вестник ЕНУ, серия физико-математическая и естественно-техническая. 2006. №4.
2. Абдыманапов С. А., Тунгатаров А. Б. Некоторые классы эллиптических систем на плоскости с сингулярными коэффициентами. Алматы: "Тылым", 2005.
3. Бицадзе А. В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1981.