

ВОЛНА ГОРЕНИЯ: НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

© В. С. Аbruков*, Д. А. Троешестова, А. С. Сабиров,
Г. И. Малинин, А. Н. Анкундинов

* abrukov@yandex.ru

Чувашский государственный университет, Чебоксары

Известно, что дифференциальные уравнения теплопроводности, описывающие распространение волны горения в общем виде не решались ранее аналитически точно и существуют только приближенные решения [1, 2]. В справочниках по дифференциальным уравнениям, например, в [3], как общий вид такого дифференциального уравнения, так и его решение не приводятся. В данной работе предлагается метод, который позволяет получать точные аналитические решения относительно собственного значения и на этой основе построить схемы численных решений задач горения с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС). С точки зрения методов решения дифференциальных уравнений относительно собственного значения данный метод можно отнести к методу подстановки аналитически заданной функции. В этом методе главное — это найти функцию, правильно отражающую характерные черты задачи (явления).

Постановка задачи, полученные результаты и их обсуждение. В работе впервые предлагается использовать сигмоидальную функцию (СФ) при получении решений дифференциальных уравнений горения относительно собственного значения задачи. СФ — монотонная всюду дифференцируемая функция вида:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-ax}},$$

где a — параметр СФ. Рассмотрим возможности применения СФ для решения дифференциальных уравнений, описывающих распространение волны горения, на примере уравнения (1), соответствующего одномерной стационарной существующей бесконечное время волне горения в гомогенной газообразной горючей смеси:

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} - u_n c_p \rho \frac{dT}{dx} + Q C k_0 e^{-E/RT} = 0, \quad (1)$$

где λ и c_p — соответственно, теплопроводность и удельная теплоемкость, значения которых мы рассматриваем здесь как константы; T — температура, u_n — скорость потока вещества в волне горения и ρ — плотность вещества, значения которых мы рассматриваем как переменные, Q — тепловой эффект химической реакции, C — плотность невыгоревшей горючей смеси, которая может быть выражена через температуру, k_0 — предэкспоненциальный множитель, E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная. Здесь мы используем систему координат, связанную с движущейся волной горения. Граничные условия: $T_{x=-\infty} = T_0$ и $T_{x=\infty} = T_{max}$, где T_0 — начальная температура горючей смеси, T_{max} — максимальная температура волны горения.

Запишем распределение температуры в волне горения в виде СФ:

$$T = T_0 + \frac{T_{\max} - T_0}{1 + e^{-ax}}.$$

Эта функция моделирует “идеализированное” распределение температуры в волне горения. Представив изменение плотности невыгоревшей горючей смеси в виде:

$$C = \rho_0 \left(\frac{T_{\max} - T}{T_{\max} - T_0} \right) = \rho_0 \left(\frac{e^{-ax}}{1 + e^{-ax}} \right),$$

где ρ_0 — начальная плотность горючей смеси, и переменную плотность вещества в волне горения как:

$$\rho = \frac{\rho_0 T_0}{T} = \frac{\rho_0 T_0 (1 + e^{-ax})}{T_0 e^{-ax} + T_{\max}},$$

вычислив первую и вторую производные от T , и подставив их в (1), можно получить следующее выражение для u_n :

$$u_n = \frac{\lambda a}{c_p \rho_0 T_0} \cdot \frac{(e^{-ax} - 1)(T_0 e^{-ax} + T_{\max})}{(e^{-ax} + 1)^2} + \frac{Q k_0 (T_0 e^{-ax} + T_{\max})}{a c_p T_0 (T_{\max} - T_0)} \exp \left\{ -\frac{E(e^{-ax} + 1)}{R(T_0 e^{-ax} + T_{\max})} \right\}. \quad (2)$$

Устремив x к плюс бесконечности для собственного значения задачи найдем:

$$u_n = -\frac{\lambda a T_{\max}}{c_p \rho_0 T_0} + \frac{Q k_0 T_{\max}}{a c_p T_0 (T_{\max} - T_0)} \exp \left(-\frac{E}{R T_{\max}} \right). \quad (3)$$

Сравнение этого точного решения с известными [1, 2] показывает, что значения u_n вычисленные по формуле (3) совпадают с полученными из классических решений при больших значениях a (порядка 10^4). Это подчеркивает, что классические приближенные решения ограничены предположением о представлении волны горения как о скачке скорости химической реакции, когда до определенной температуры скорость химической реакции считается равной нулю).

По мнению авторов, предложенный способ получения точных решений относительно собственного значения задачи может быть использован во всех случаях, описываемых дифференциальными уравнениями горения типа (1), для которых характерным является распределение температуры в виде, хотя бы качественно, соответствующем СФ. Отметим здесь, что, наряду с СФ, в качестве функций, с помощью которых можно получить решение (1), можно использовать и другие подобные функции, например, функции включающие в себя $\arctg ax$.

С точки зрения количественного исследования структуры волны горения в реальных случаях, очень интересной является возможность решения важной экспериментальной задачи — задачи определения профиля температуры (скорости тепловыделения, константы скорости химических реакций). Хотя предлагаемый в работе способ и не позволяет прямо получить аналитическое решение относительно распределения температуры, но он сводит эту очень трудную в экспериментальном смысле задачу к задаче измерения скорости горения. Последнее достаточно надежно осуществляется с помощью современных экспериментальных методов. По известной скорости горения из уравнения (2) параметр a может быть найден с помощью численных методов. Но, на наш взгляд, при решении этой задачи, наиболее подходящим является метод искусственных нейронных сетей [4].

Построение ИНС-моделей волны горения и их использование в экспериментальных исследованиях. Определение характеристик волны горения — основная задача при экспериментальном исследовании механизма горения исследуемой системы. К числу основных характеристик ВГ можно отнести скорость горения (скорость распространения ВГ), профиль температуры и профиль скорости тепловыделения. Задача измерения скорости горения решается в настоящее время достаточно надежно, существует много различных методов измерения скорости горения, которые обеспечивают необходимую точность в различных

условиях и для различных газовых и конденсированных систем. Задача измерения профиля температуры является значительно более сложной. Поэтому методов измерения профиля температуры, которые позволяют получить надежные результаты значительно меньше. Существует много случаев и режимов горения, для которых в настоящее время нет методов измерения профиля температуры.

Рассмотрим схему построения ИНС-модели волны горения и возможность ее использования для решения задачи определения распределения температуры в волне горения с помощью измерения скорости горения.

Формула (2) содержит связи между всеми переменными и параметрами волны горения. Изменяя значения параметра a , координаты x и значения теплофизических и кинетических параметров ВГ, с помощью (2) можно получить значения u_n для самых различных наборов параметров. Полученная "база данных" может использоваться для обучения ИНС и построения ИНС-модели ВГ следующим образом. Различные наборы значений скорости горения, теплофизических и кинетических параметров подают на вход ИНС. Соответствующие значения параметра a и координаты x устанавливаются на выходе ИНС. Посредством соответствующей процедуры обучения ИНС (например, методом "обратного распространения ошибки") может быть получена ИНС-модель ВГ. Эта модель является моделью типа "чёрный ящик", которая в скрытой форме содержит в себе связь между входным "вектором" — набором параметров волны горения и значениями параметра a и координаты x . Полученный "чёрный ящик" может использоваться в эксперименте для "измерения" распределения температуры следующим образом. Реальное, экспериментально полученное, значение скорости горения и реальные (или приблизительные) значения тепловых и кинетических параметров подают на вход "черного ящика". После "прохождения" входной информации ("вектора") через "черный ящик" на выходе "черного ящика" будет выдано реальное значение параметра a и координаты x , которые и определяют значение температуры.

Нерешенной нами проблемой является противоречие представленного нами подхода к получению собственного значения задачи результатам классической работы [5], в которой показано, что без представления о волне горения как об объекте, в котором скорость химической реакции до определенной температуры выше начальной равна нулю получение стационарного решения невозможно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я. Б., Баренблат Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
2. Хитрин Л. Н. Физика горения и взрыва. М.: Изд-во МГУ, 1957.
3. Зайцев В. Ф., Полянин А. Д. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физматлит, 2001.
4. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. М.: Вильямс, 2006. 1104 с.
5. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества и его применение к одной биологической проблеме // Бюлл. Москов. госуд. ун-та. Секция А. Математика и механика. 1937. Т. 1, вып. 6. С. 1–26.