Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 61–61

УДК 517.95

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

© Д. Аманов [*], Ж. А. Отарова [**]

[*] amanov_d@rambler.ru

[*] *Институт математики АН РУз, Ташкент, Узбекистан;*
[**] *Национальный университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент, Узбекистан*

В области $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < p, -T < t < T, T > 0\}$ рассмотрим уравнение

$$u_{tt} + \operatorname{sgn} t \, u_{xxxx} = f(x,t). \tag{1}$$

Обозначим $\Omega^+ = \Omega \cap (t > 0)$, $\Omega^- = \Omega \cap (t < 0)$.

Задача 1. Найти в $\Omega^+ \cup \Omega^-$ решение $u(x,t)$ уравнения (1), удовлетворяющее условиям склеивания

$$u(x,+0) = u(x,-0), \quad u_t(x,+0) = u_t(x,-0), \quad 0 \le x \le p, \tag{2}$$

граничным условиям

$$u(0,t) = 0, \quad u(p,t) = 0, \quad u_{xx}(p,t) = u_{xx}(0,t), \quad -T \le t \le T, \tag{3}$$

$$u(x,0) = 0, \quad u(x,T) = 0, \quad 0 \le x \le p. \tag{4}$$

Теорема 1. *Пусть числа p и T такие, что при $n = 1, 2, 3, \ldots$*

$$\left| \cos \frac{n^2\pi^2}{p^2} T \ \operatorname{sh} \frac{n^2\pi^2}{p^2} T + \sin \frac{n^2\pi^2}{p^2} T \ \operatorname{ch} \frac{n^2\pi^2}{p^2} T \right| \ \ge \ \delta_0 \ > \ 0. \tag{5}$$

Тогда, если существует решение задачи 1, то оно единственно.

Теорема 1 доказывается, используя условие (5) и полноту функции

$$\sqrt{\frac{2}{p}} \sin \frac{n\pi}{p} x, \quad n = 1, 2, \ldots$$

в $L_2(0,p)$.

Теорема 2. *Пусть выполняется условие (5) и $f(x,t) \in C^{2,0}_{x,t}(\overline{\Omega})$, $f_{xxxx}(x,t) \in L_2(0,p)$ при всех $t \in [-T,T]$, $f(0,t) = f(p,t) = 0$, $f_{xx}(0,t) = f_{xx}(p,t) = 0$. Тогда решение задачи 1 существует.*

Теорема 2 доказывается построением решения методом разделения переменных.