

УДК 517.956

НЕЛОКАЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

© А. А. Андреев, И. Н. Саушкин

andre@ssu.samara.ru, insau@ssu.samara.ru

Самарский государственный университет, Самара

В работе рассмотрены некоторые аналоги задач Трикоми в неограниченных симметричных областях для дифференциальных уравнений, порождённых операторами типа Лаврентьева – Бицадзе с двумя перпендикулярными и двумя параллельными линиями вырождения типа и возмущённых значениями второй производной искомой функции, вычисленной в инволютивных точках.

Пусть $H^\gamma = \{(x, y) : y + \gamma x > 0, \gamma y + x > 0, \gamma > 0\}$, $0 < \varepsilon < 1$.

ЗАДАЧА T_1 . Для уравнения

$$u_{xx}(x, y) + \text{sign}(xy)u_{yy}(x, y) + \varepsilon u_{yy}(y, x) = 0 \quad (1)$$

в области $H^a \subset H^b$, где $a = \sqrt{1+\varepsilon}$, $b = \sqrt{1-\varepsilon}$, найти ограниченную на бесконечности функцию $u(x, y) \in C^1(H^b) \cap C(\overline{H^b})$, удовлетворяющую в H^a уравнению (1) при $x, y \neq 0$ и нелокальным условиям на квазихарактеристиках

$$\frac{1}{2}[u(-x, ax) + u(ax, -y)] = \varphi(x), \quad \frac{1}{2}[u(-x, bx) - u(bx, -x)] = \psi(x), \quad x > 0.$$

ЗАДАЧА T_2 . Для уравнения

$$u_{xx}(x, y) + \text{sign}(y\pi - y^2)u_{yy}(x, y) + \varepsilon u_{yy}(-x, y) = 0 \quad (2)$$

найти функцию $u(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$, исчезающую на бесконечности, обладающую непрерывными частными производными первого порядка вплоть до $y = 0$ и $y = \pi$, за исключением, быть может, точек $(0, 0)$ и $(0, \pi)$, удовлетворяющую уравнению (2) и условиям при $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ вида:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}[u(ax, -x) + u(-ax, -x)] &= \varphi_1(x), & \frac{1}{2}[u(ax, x + \pi) + u(-ax, x + \pi)] &= \varphi_2(x), \\ \frac{1}{2}[u(bx, -x) + u(-bx, -x)] &= \psi_1(x), & \frac{1}{2}[u(bx, x + \pi) + u(-bx, x + \pi)] &= \psi_2(x). \end{aligned}$$

Отметим, что решения всех задач найдены в явном виде, что и позволяет обосновать их корректность по Адамару. Основные результаты сформулированы в виде теорем.