УДК 517.946

О МНОГОПЕРИОДИЧЕСКОМ ПО ЧАСТИ ПЕРЕМЕННЫХ РЕШЕНИИ ОДНОЙ СИСТЕМЫ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ В ШИРОКОМ СМЫСЛЕ

© А. Б. Бержанов, Е. К. Курмангалиев *

* Ergali_kk@mail.ru

Актюбинский государственный университет им. К. Жубанова, Актюбе, Казахстан

Рассмотрим систему квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка вида

$$D_\varepsilon^x x \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + a(t, \varphi, \psi, x, \varepsilon) \frac{\partial}{\partial \varphi} + b(t, \varphi, \psi, x, \varepsilon) \frac{\partial}{\partial \psi} \right) x = P(t, \varphi, \psi)x + \mu Q(t, \varphi, \psi, x, \mu), \quad (1)$$

где $x = x(t, \varphi, \psi)$ — искомая вектор-функция; x, Q — счетномерные векторы-столбцы; φ, a, ψ, b — счетномерные векторы; $P(t, \varphi, \psi) = \{p_{ij}(t, \varphi, \psi)\}$, $i, j = \overline{1, \infty}$ — бесконечная матрица; $a \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi}$, $b \cdot \frac{\partial}{\partial \psi}$ — скалярные произведения счетномерных векторов a, b и символических векторов $\frac{\partial}{\partial \varphi} = \left(\frac{\partial}{\partial \varphi_1}, \frac{\partial}{\partial \varphi_2}, \dots \right)$, $\frac{\partial}{\partial \psi} = \left(\frac{\partial}{\partial \psi_1}, \frac{\partial}{\partial \psi_2}, \dots \right)$; ε, μ — малые параметры.

Пусть $t \in R = (-\infty, +\infty)$, $\varphi, \psi \in R^\infty = \{\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots) : \|\xi\| = \sup [|\xi_1|, |\xi_2|, \dots] < \infty\}$, $x \in R_\Delta = \{x = (x_1, x_2, \dots) : \|x\| \leq \Delta\} \subset R^\infty$, $\varepsilon \in E_0 = [0, \varepsilon_0]$, $\mu \in M_0 = [0, \mu_0]$, где $\Delta, \varepsilon_0, \mu_0$ — некоторые положительные постоянные.

Вектор-функцию $f(t, \varphi, \psi) \in C(\Omega, R_\Delta)$, где $\Omega = R \times R^\infty \times R^\infty$, назовем многопериодической по части переменных функцией, если она $(\theta, \omega) \in R \times R^\infty$ — периодична по t, φ равномерно относительно $\psi \in R^\infty$.

Известно, что классическое решение $x(t, \varphi, \psi)$ системы (1) является непрерывно дифференцируемым ($x \in C^1$). Если решение $x(t, \varphi, \psi)$ обладает меньшей гладкостью, но в каком то смысле удовлетворяет системе (1), то оно называется обобщенным решением системы (1).

В данной работе по методике [1], строится многопериодическое по части переменных решение системы (1) в широком смысле по Фридрихсу $x \in C(\Omega)$ [2].

Отметим, что решение в широком смысле системы (1) не требует гладкость от функции a, b, Q и матрицы P . Если эти входные данные обладают нужной гладкостью, то построенное решение в широком смысле является и классическим решением системы (1).

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда науки МОН РК (Грант N 1.6-11(1.6.1-11)).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Умбетжанов Д. У. Почти многопериодические решения дифференциальных уравнений в частных производных. Алма-Ата: Наука, 1979. 211 с.
2. Рождественский Б. Л., Яценко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений. М: Наука, 1978. 607 с.