Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 91–91

УДК 517.946

О МНОГОПЕРИОДИЧЕСКОМ ПО ЧАСТИ ПЕРЕМЕННЫХ РЕШЕНИИ ОДНОЙ СИСТЕМЫ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

© А. Б. Бержанов, Ж. А. Сартабанов

Ergali_kk@mail.ru

Актюбинский государственный университет им. К. Жубанова, Актобе, Казахстан

Рассматривается система в частных производных первого порядка вида

$$\begin{aligned} D_1x &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + a^{(1)}(t,\varphi,\psi,z,\varepsilon)\frac{\partial}{\partial\varphi} + b^{(1)}(t,\varphi,\psi,z,\varepsilon)\frac{\partial}{\partial\psi}\right)x = P_1(t,\varphi,\psi)x + \mu F_1(t,\varphi,\psi,z,\mu), \\ D_2y &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + a^{(2)}(t,\varphi,\psi,z,\varepsilon)\frac{\partial}{\partial\varphi} + b^{(2)}(t,\varphi,\psi,z,\varepsilon)\frac{\partial}{\partial\psi}\right)y = P_2(t,\varphi,\psi)y + \mu F_2(t,\varphi,\psi,z,\mu), \end{aligned} \tag{1}$$

где x, F_1 и y, F_2 — соответственно n- и l-векторы-столбцы; $z = \{x, y\}$ — $n+l$-вектор-столбец; φ, $a^{(i)}(t,\varphi,\psi,z,\varepsilon) = a^{(0)} + \varepsilon a_1^{(i)}(t,\varphi,\psi,z,\varepsilon)$ — m-векторы; ψ, $b^{(i)}(t,\varphi,\psi,z,\varepsilon) = b^{(0)} + \varepsilon b_1^{(i)}(t,\varphi,\psi,z,\varepsilon)$ — k-векторы (i=1,2); $P_1(t,\varphi,\psi)$ и $P_2(t,\varphi,\psi)$ — квадратные матрицы размерностей соответственно n и l; $a^{(i)}\frac{\partial}{\partial\varphi}$, $b^{(i)}\frac{\partial}{\partial\psi}$ — скалярные произведения m,k-мерных векторов $a^{(i)}, b^{(i)}$ и символических векторов $\frac{\partial}{\partial\varphi} = \left(\frac{\partial}{\partial\varphi_1},\ldots,\frac{\partial}{\partial\varphi_m}\right)$, $\frac{\partial}{\partial\psi} = \left(\frac{\partial}{\partial\psi_1},\ldots,\frac{\partial}{\partial\psi_k}\right)$; ε, μ — положительные параметры.

Пусть $t \in R$, $\varphi \in R^m = \{\varphi : \|\varphi\| < \infty\}$, $\psi \in R^k = \{\psi : \|\psi\| < \infty\}$, $x \in R_{\Delta_1} = \{x : \|x\| \le \Delta_1\} \subset R^n$, $y \in R_{\Delta_2} = \{y : \|y\| \le \Delta_2\} \subset R^l$, $\varepsilon \in [0,\varepsilon_0]$, $\mu \in [0,\mu_0]$.

Вектор-функцию $\Phi(t,\varphi,\psi) \in R^{n+l}$, определенную и непрерывную в R^{1+m+k}, назовем многопериодической по части переменных, если она многопериодична по t, φ с вектор-периодом (θ,ω) равномерно относительно $\psi \in R^k$. Очевидно, что для такой функции $\Phi(t,\varphi,\psi)$ при любых $(t,\varphi,\psi) \in R^{1+m+k}$ имеет место равенство

$$\Phi(t+\theta, \varphi + q\overset{\wedge}{\omega}, \psi) - \Phi(t,\varphi,\psi) = 0,$$

где $q\overset{\wedge}{\omega} = (q_1\omega_1,\ldots,q_m\omega_m)$, $\omega = (\omega_1,\ldots,\omega_m)$, $q = (q_1,\ldots,q_m)$ — целочисленный вектор.

Поставим задачу: выяснить достаточные условия существования единственного многопериодического по части переменных решения системы (1).

Пусть B — множество всех $n+l$-мерных многопериодических по части переменных функций, а $B_{n+l}(\Delta,\delta) \subset B$ — класс многопериодических по части переменных $n+l$-мерных вектор-функций, с вектор-периодом (θ,ω), имеющих ограниченные и равномерно непрерывные частные производные первого порядка по координатам векторов $\varphi \in R^m$, $\psi \in R^k$ и удовлетворяющих условиям

$$\begin{gathered} \|\Phi(t,\varphi,\psi)\| \le \Delta, \\ \|\Phi(t,\overline{\varphi},\overline{\psi}) - \Phi(t,\varphi,\psi)\| \le \delta(\|\varphi\| + \|\psi\|). \end{gathered}$$

Доказывается, что при достаточно малых значениях параметров ε и μ и при выполнении условий, аналогичных [1], система (1) допускает единственное многопериодическое по части переменных решение из класса $B_{n+l}(\Delta,\delta)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда науки МОН РК (Грант N 1.6-11(1.6.1-11)).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Умбетжанов Д. У.* О почти многопериодическом решении одной нелинейной системы уравнений в частных производных // Изв. АН КазССР. Сер. физ-мат. 1986. № 1. С. 43–47.