

УДК 517.954, 517.956

КОРРЕКТНОСТЬ МОДИФИЦИРОВАННОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ВЯЗКОМ ГАЗЕ

© А. М. Блохин, Д. Л. Ткачев

blokhin@math.nsc.ru, tkachev@math.nsc.ru

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

При постановке физического эксперимента, а также при численном моделировании течений вязкого теплопроводного газа (рассматривается модель Навье – Стокса) особенный интерес вызывают характерные качественные свойства таких движений — детальная информация о них позволяет существенно эффективнее организовать процесс изучения явления. Одно из свойств течений — образование в ряде случаев узких, так называемых переходных зон, в которых параметры, характеризующие движения (компоненты вектора скорости, плотность, давление, температура и т. д.) испытывают резкие изменения (большие градиенты) по пространственным переменным, оставаясь при этом непрерывными. Возникают течения типа "вязкого профиля" [1, 2]. Так происходит, например, когда вязкий теплопроводный газ обтекает затупленное тело.

В связи с этим очень перспективна идея приближенной замены узких переходных зон поверхностями сильного разрыва, т. е. ударными волнами, — в этом суть метода "ударных волн". Такой подход имеет ряд существенных преимуществ: во-первых, резко сокращается объем вычислений; во-вторых, математическая теория сильных разрывов относительно хорошо развита не только для одномерных, но и для многомерных течений, созданы эффективные численные алгоритмы.

Следует отметить, что предлагаемый разрывный подход к исследованию волн в вязком теплопроводном газе используется и в теоретических исследованиях. Так, при исследовании устойчивости плоских ударных волн с целью оценки влияния малой вязкости на развитие возмущений предполагается, что шириной переходной зоны можно пренебречь. Поэтому задача об изучении развития возмущений сводится, как и в невязком газе, к исследованию линейной смешанной задачи с граничными условиями на фронте ударной волны, полученными после линеаризации уравнений сильного разрыва.

Однако, ранее на примере математической модели Навье – Стокса для сжимаемой жидкости была показана неприемлемость подхода, основанного на представлении ударных волн в вязком газе как поверхностей сильного разрыва. Оказывается, что такой вывод можно сделать уже по линейному приближению. С этой целью изучается смешанная задача, полученная путем линеаризации нестационарных уравнений Навье – Стокса и уравнений сильного разрыва относительно кусочно-постоянного решения. Это кусочно-постоянное решение описывает следующий режим течения вязкого газа: сверхзвуковой стационарный поток вязкого газа (при $x < 0$) отделяется от дозвукового стационарного потока (при $x > 0$) поверхностью сильного разрыва — ударной волной (с уравнением $x = 0$). В упомянутых выше работах было показано, что ударная волна неустойчива вне зависимости от характера линеаризованных граничных условий при $x = 0$. Это обстоятельство является следствием того факта, что число независимых параметров, определяющих произвольное малое возмущение разрыва, больше числа линеаризованных граничных условий на разрыве. Таким образом, ударная волна в вязком газе, рассматриваемая как поверхность сильного разрыва, подобна неэволюционным разрывам в идеальных средах.

Заметим, что с математической точки зрения построенные для доказательства неустойчивости частные, экспоненциально растущие со временем решения есть, по существу, примеры

Адамара, которые показывают некорректность упомянутой выше линейной смешанной задачи. Обнаруженную неустойчивость можно, также, трактовать как косвенное доказательство невозможности нахождения стационарных режимов обтекания затупленных тел вязким газом с головным скачком уплотнения в виде поверхности сильного разрыва методом установления. С физической точки зрения этот факт означает практическую нереализуемость вышеописанного стационарного режима течения вязкого газа с ударной волной.

Вместе с тем, учитывая изложенные выше преимущества разрывного подхода, хотелось бы модифицировать этот подход так, чтобы можно было бы обоснованно применить его, например, в задачах о нахождении стационарных режимов обтекания методом установления для сред с диссипацией.

Суть идеи заключается в том, чтобы дописать к исходной линейной задаче об устойчивости дополнительные граничные условия так, чтобы для вновь сформулированной смешанной задачи стационарный режим течения газа с ударной волной, описанный выше, стал бы асимптотически устойчив (по Ляпунову). Отсюда следует, что по крайней мере на линейном уровне был бы обоснован метод установления, что означало бы возможность определения стационарного режима течения вязкого газа с ударной волной этим методом. Упомянутые же выше дополнительные граничные условия предлагается конструировать с учетом априорной информации о разыскиваемом методом установления стационарном режиме течения вязкого газа с ударной волной.

В докладе обсуждается вопрос о постановке дополнительных граничных условий при исследовании неоднородной линейной задачи об устойчивости ударной волны — разрыва в вязком газе и об исследовании корректности модифицированной задачи. Заметим, что рассмотрение многомерного случая необходимо, чтобы естественным образом подойти, например, к изучению уже упомянутой задачи об обтекании затупленного тела вязким газом. Основные результаты доклада опубликованы в работах [3–5].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, код проекта 07-01-00585.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978.
2. *Zumbrun K., Serre D.* Viscous and inviscid stability of multidimensional planar viscous shock waves // *Indiana Univ. Math. J.* 1999. V. 48. P. 937–992.
3. *Esipov D. V., Tkachev D. L., Blokhin A. M.* Well-posedness of a modified initial-boundary value problem on stability of shock waves in a viscous gas // *Abstracts of the International Conference "Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems. Theory. Numerics. Applications". Lyon, France, July 17–21, 2006.* P. 65–67.
4. *Blokhin A. M., Tkachev D. L., Baldan L. O.* Well-posedness of a modified initial-boundary value problem on stability of shock waves in a viscous gas // *Part. I. J. Math. Anal. Appl.* 2007 (to appear).
5. *Blokhin A. M., Tkachev D. L., Esipov D. V.* Well-posedness of a modified initial-boundary value problem on stability of shock waves in a viscous gas // *Part. II. J. Math. Anal. Appl.* 2007 (to appear).