Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 100–100

УДК 517.983.53

О ХАРАКТЕРИЗАЦИИ ЗАМЫКАНИЯ В МЕТРИКЕ ОБОБЩЕННОГО ИНТЕГРАЛА ДИРИХЛЕ

© **А. Г. Брусенцев**

brusentsev@mail.ru

Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, Белгород

Обобщенным интегралом Дирихле назовем квадратичный функционал

$$D(u,u)=\int\limits_G [(A(x)(\nabla u-i\overrightarrow{b}(x)u),(\nabla u-i\overrightarrow{b}(x)u)+q(x)|u|^2]dx,$$

где G — открытое множество в R^n, $A(x)$ — позитивная эрмитова матрица-функция, $\overrightarrow{b}(x)$ — n-компонентная вектор-функция с вещественными компонентами, $q(x)$ — вещественная функция, удовлетворяющая условию $q(x)\geq\delta>0$, $u(x)$ — комплекснозначная функция, а $(\cdot,\cdot)$, $|\cdot|$ — скалярное произведение и норма в унитарном пространстве $E(\dim E<\infty)$. Обозначим через $H_0(G)$ замыкание в норме $\|u\|=(D(u,u)^{\frac{1}{2}}$ множества $C_0(G)$, а через $H(G)$ множество функций из $W^1_{2loc}(G)$, для которых интеграл $D(u,u)$ конечен. При весьма слабых локальных требованиях к элементам матрицы-функции $A(x)$, компонентам $\overrightarrow{b}(x)$ и $q(x)$ определения пространств $H(G)$, $H_0(G)$ корректны и справедливо включение $H_0(G)\subseteq(H(G)$. В докладе приводятся новые необходимые, достаточные, а в некоторых случаях необходимые и достаточные условия принадлежности функции из $H(G)$ подпространству $H_0(G)$. Эти результаты являются значительным развитием теорем, анонсированных в [1], и могут быть использованы при ответе на ряд неоднократно обсуждавшихся в литературе вопросов. В основе этих результатов лежит, в частности, следующая

Теорема. *Пусть в интеграле Дирихле элементы матриц $A(x)$, $A^{-1}(x)$, компоненты $\overrightarrow{b}(x)$ и $q(x)$ локально ограничены в G. Если функция $u(x)\in H_0(G)\bigcap Lip_{loc}(G)$, то для любого векторного поля $\overrightarrow{g}(x)\in Lip_{loc}(G)$ $(\overrightarrow{g}(x):G\to R^n)$, удовлетворяющего при некотором $\varepsilon>0$ почти всюду в G условию $\nabla\overrightarrow{g}\geq\varepsilon\ (A^{-1}\overrightarrow{g},\overrightarrow{g})-const$ выполнено неравенство*

$$\int_{\partial\Omega}|u|^2\cdot(\overrightarrow{g},\overrightarrow{ds})\leq C_u$$

где Ω — произвольная ограниченная область с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$ $(\Omega\subset G)$, C_u - константа, не зависящая от Ω.

Эта теорема означает, что в случае, когда векторное поле $\overrightarrow{g}(x)$ имеет бесконечные особенности на некоторой части границы области G со стоками на этой части ∂G и удовлетворяет условиям теоремы, то, грубо говоря, всякая достаточно гладкая функция из $H_0(G)$ в среднем обращается в нуль на соответствующей части границы. Приводимые в докладе достаточные условия принадлежности функции из $H(G)$ подпространству $H_0(G)$ совпадают со сформулированными в теореме необходимыми условиями при конкретном выборе векторного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Brusentsev A. G.* Characterisation of closure of compact functions set in Dirichlet generalized integral metric // Book of abstracts international conference “Kolmogorov and Contemporary Mathematics”. Moscow, RAS. 2003. P. 143–144.