

ТЕОРЕТИКО-ГРУППОВЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ, ПОРОЖДЕННЫЕ ТРЕХМЕРНЫМИ ПОДАЛГЕБРАМИ СИММЕТРИИ

© А. А. Черевко

cherevko@mail.ru

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Исследуются точные теоретико-групповые решения системы уравнений газовой динамики (УГД), описывающей пространственные движения газа как двухпараметрической сплошной среды в отсутствие диссипации и внешних сил. Все зависимые переменные считаются функциями времени t и координат $\mathbf{x} = (x, y, z)$.

Известно [1], что в случае газа с политропным уравнением состояния $p = f(S) \rho^\gamma$ система УГД допускает 13-мерную алгебру Ли симметрий L_{13} .

Особый интерес представляют трехмерные подалгебры симметрии УГД. Большинство инвариантных решений УГД, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений, порождены именно трехмерными подалгебрами. В этих случаях можно получить детальную информацию о свойствах решений и соответствующих движениях газа.

В [2] для L_{13} построена оптимальная система подалгебр ΘL_{13} , т. е. система всех подалгебр, не переводящихся друг в друга внутренними автоморфизмами L_{13} . Среди прочих она содержит 207 подалгебр размерности 3. Представители этой системы порождают точные инвариантные и частично инвариантные решения исходных УГД, не переводящиеся друг в друга преобразованиями из L_{13} .

Кроме инвариантных решений некоторые трехмерные подалгебры порождают частично инвариантные решения. Они обладают большим произволом, чем инвариантные, но более сложны в изучении, поскольку требуют исследования совместности переопределенных систем дифференциальных уравнений.

В работе построена оснащенная оптимальная система трехмерных подалгебр из ΘL_{13} : для каждого из 207 представителей вычислена полная система функционально независимых инвариантов и определены возможные типы теоретико-групповых решений. Основным результатом является следующее утверждение:

Теорема. Трехмерные подалгебры из оптимальной системы ΘL_{13} порождают точные решения уравнений газовой динамики следующих типов:

- 146 инвариантных решений, из них 62 содержат оператор вращения,
- 61 частично инвариантное решение, из них 14 содержат оператор вращения,
- 12 разновидностей барохронных решений.

Подалгебры, содержащие оператор вращения, порождают трехмерные физически содержательные решения УГД, описывающие пространственные вихревые структуры. Для некоторых из них проведено более глубокое исследование и дана физическая трактовка.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ — грант № 05-01-00080, и СО РАН — грант № 2.15.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Овсянников Л. В. Лекции по основам газовой динамики. Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
2. Головин С. В. Оптимальная система подалгебр для алгебры Ли операторов, допускаемых уравнениями газовой динамики в случае политропного газа. Препринт ИГиЛ, 1986. № 5.