Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 386–386

УДК 517

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ОПЕРАТОРОВ ВОЛЬТЕРРОВСКОГО ТИПА

© Д. Б. Эшмаматова

24dil@mail.ru

Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта, Ташкент, Узбекистан

Статья посвящена трансверсальности квадратичных стохастических операторов вольтерровского типа, действующих в конечномерном симплексе S^{m-1}.

Одним из важнейших понятий в теории динамических систем является понятие трансверсальности отображений. Первоначально в серии совместных работ А. А. Андронова и Л. С. Понтрягина [1] было введено понятие грубости для дифференциальных уравнений. Из введенного понятия "грубые системы" впоследствии в трудах Р. Тома, Зимана, Уитни, возникло более общее понятие трансверсальности отображений.

Пусть оператор вольтерровского типа имеет вид:

$$x_k' = x_k(1 + \sum_{i=1}^{m} a_{ki}x_i), \quad \overline{k=1,m}, \quad a_{ki} = -a_{ik}, \quad \|a_{ki}\| \le 1,$$

где $A = (a_{ki})$ — кососимметричная матрица.

Определение 1. Кососимметрическая матрица A называется *трансверсальной*, если любой главный минор четного порядка положителен.

Определение 2. Вольтерровский оператор V также называется *трансверсальным*, если его матрица A является трансверсальной.

Пусть $H = \{x = (x_1, \ldots, x_m) : \sum_{i=1}^{m} x_i) = 1\}$ гиперплоскость в R^m. Ясно, что H гладкое $m-1$-мерное многообразие. Из условия $a_{ki} = -a_{ik}$ легко следует, что оператор вольтерровского типа $V : H \longrightarrow H$ и является дифференцируемым отображением.

Одной из традиционных задач теории динамических систем является установление массивности множества всех трансверсальных отображений. Однако в работах [2–5] в общем случае трансверсальные отображения не образуют массивного подмножества.

Определение 3. Открытое и всюду плотное подмножество топологического пространства называется *массивным подмножеством.*

Теорема 1. *Множество всех трансверсальных операторов вольтерровского типа образуют открытое и всюду плотное подмножество, т. е. является массивным подмножеством, множества всех операторов вольтерровского типа.*

Связная компонента — максимальное связное открытое подмножество.

Теорема 2. *Число связных компонент множества трансверсальных операторов конечно.*

Доказательство этой теоремы следует из конечности числа миноров четного порядка кососимметрической матрицы .

Теорема 3. *Множество неподвижных точек*

$$X = \{x \in S^{m-1} : Vx = x\}$$

трансверсального оператора всегда конечно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Андронов А. А., Понтрягин Л. С.* Грубые системы // ДАН СССР. 1937. Т. 145, № 5. С. 247–250.
2. *Арнольд В. И.* Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.
3. *Нитецки З.* Введение в дифференциальную динамику. Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
4. *Sarymsakov T. A., Ganikhodjaev N. N.* On some probabilistic problems in the theory of quadratic operators // Springier Proceeding in Phisics. 1992. V. 67. P. 143–149.
5. *Thom R.* Un Lemma sur les applications differentiables // Bol.Soc. Mat. Mexicana. 1956. V. 2. P. 59–71.