

УДК 517.94

ОБ УБЫВАНИИ РЕШЕНИЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© В. Ф. Гилимшина

gilvenera@mail.ru

Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, Уфа

В неограниченной области Ω пространства $\mathbb{R}_n$ для уравнения

$$\sum_{\alpha, \beta=1}^n (a_{\alpha\beta}(x) u_{x_\beta})_{x_\alpha} = -\Phi(x) + \sum_{\alpha=1}^n (\Phi_\alpha(x))_{x_\alpha}. \quad (1)$$

рассматривается задача с сочетающимися краевыми условиями первого и второго типа:

$$u|_{\Gamma_1} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu}|_{\Gamma_2} = 0. \quad (2)$$

Здесь $\Gamma_2 = \partial\Omega \setminus \Gamma_1$, $\Gamma_1 \neq \emptyset$, $\mathbf{n}(n_1, n_2, \dots, n_n)$, — внешняя нормаль к $\partial\Omega$, $\nu(\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n)$, $\nu_\alpha = \sum_{\beta=1}^n a_{\alpha\beta} n_\beta$ — компоненты ко нормали к $\partial\Omega$. Коэффициенты уравнения $a_{\alpha\beta}(x)$ — измеримые функции, удовлетворяющие условию эллиптичности: существуют положительные постоянные γ, Γ и функция $s(x)$ такие, что для любого вектора $y \in \mathbb{R}_n$ и почти всех $x \in \Omega$ справедливы неравенства:

$$s(x)\gamma|y|^2 \leq \sum_{\alpha, \beta=1}^n a_{\alpha\beta}(x) y_\alpha y_\beta \leq s(x)\Gamma|y|^2.$$

Основной целью работы является определение зависимости скорости убывания решения задачи (1), (2) от геометрии неограниченной области.

При довольно широких предположениях на вид области Ω и распределение участков границы с условиями первого и второго типов доказано существование такой уходящей на бесконечность последовательности y_i что решение задачи (1), (2) с финитной функцией Φ удовлетворяет следующей оценке. Существуют положительные числа κ, M , такие, что для решения задачи (1), (2) справедливо неравенство

$$\int_{\Omega \setminus \Omega^N} s(x) |\nabla u|^2 dx \leq M \exp(-\kappa N) \left(\lambda^{-1/2}(0) \|\Phi\|_{L_2(\Omega)} + \sum_{\alpha=1}^n \left\| \frac{\Phi_\alpha}{s(x)} \right\|_{L_2(\Omega)} \right).$$

Доказана точность этой оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кожеевникова Л. М. Стабилизация решения первой смешанной задачи для эволюционного квази-эллиптического уравнения // Матем. сб. 2005. Т. 196, № 7. С. 67–100.