

УДК 517.956.6

ЗАДАЧА ТРИКОМИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИКО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА

© С. С. Исамухамедов *, Н. К. Мамадалиев **

** mamadaliev57@mail.ru

* Ташкентский государственный экономический университет, Ташкент, Узбекистан;

** Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан

Рассмотрим уравнение

$$u_{xx} + y u_{yy} + \alpha u_y = 0, \quad (1)$$

где $\alpha = -n + \alpha_0$, $0 < \alpha_0 < \frac{1}{2}$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Пусть D — область, ограниченная гладкой кривой σ с концами в точках $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, лежащей в верхней полуплоскости $y > 0$ и характеристиками $OC : x - 2\sqrt{-y} = 0$, $AC : x + 2\sqrt{-y} = 1$ уравнения (1). Эллиптическую и гиперболическую части смешанной области D обозначим через D_1 и D_2 , соответственно. Постановка смешанных краевых задач для уравнения (1) зависит от значения коэффициента α . Известно [1], что при $\alpha > 0$ производная по y решения уравнения (1), а при $\alpha \geq 1$ и само решение будут, вообще говоря, неограниченными в окрестности точек параболической линии. Так, например, при $\alpha \geq 1$ для определения решения $u(x, y)$, ограниченного во всей смешанной области D , достаточно задавать его значение лишь на дуге σ [3], а характеристики OC и AC следует освободить от граничных данных, или же только на одной из характеристик [4], освободив дугу σ и вторую характеристику от данных.

ЗАДАЧА T_n [5]. Найти в области D функцию $u(x, y)$, удовлетворяющую следующим условиям:

1. $u(x, y) \in (\overline{D})$;
2. $u(x, y)$ — обобщенное решение из класса R [2] в D_2 , а в D_1 дважды непрерывно дифференцируема и удовлетворяет уравнению (1);
3. На OA выполняется условие склеивания

$$(-1)^n \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha [u - A_n^-(\tau)]'_y = \lim_{y \rightarrow +0} y^\alpha [u_y + A_n^+(u)] = \nu(x),$$

$$u(x, -0) = u(x, +0) = \tau(x), \quad A_n^+(u) = \sum_{i=1}^n \delta_i y^{i-1} \frac{\partial^{2i} u}{\partial x^{2i}};$$

4. $u|_\sigma = f(s)$, $0 \leq s \leq l$, $u|_{OC} = \varphi(x)$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$, f , φ — достаточно гладкие функции.

Когда $n = 0$ и $0 < \alpha < 1$, $A_n^-(\tau) = A_n^+(u) = 0$, вообще говоря, в этом случае u_y может быть неограниченной при $y \rightarrow 0$ [1]. Поэтому при рассмотрении задачи T_0 вместо непрерывности u_y берется условие

$$-\lim_{y \rightarrow -0} (-y)^\alpha u_y = \lim_{y \rightarrow +0} y^\alpha u_y = \nu(x).$$

Отметим, что при $\frac{1}{2} < \alpha_0 < 1$ эта задача исследована в работе [5] другим методом.

При определенных ограничениях на заданные функции доказано существование и единственность решения задачи T_n .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бицадзе А. В. Уравнения смешанного типа. М., 1959.
2. Кароль И. Л. К теории уравнений смешанного типа // Доклады АН СССР. 1953. Т. 88, № 3.
3. Кароль И. Л. К теории краевых задач для уравнения смешанного эллиптического-гиперболического типа // Матем. сб. 1956. Т. 38, № 3.
4. Исамухамедов С. С. Краевые задачи типа задачи Е для уравнения смешанного типа второго рода // В сб. "Краевые задачи для дифференциальных уравнений", 2. Ташкент, 1972.
5. Салахитдинов М. С., Исамухамедов С. С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода // Сердика Българско математическо списание. 1977. Т. 3. С. 181–188.