

УДК 517.9

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНО-СЛОИСТЫХ СРЕД ЛЮБОГО ВИДА АНИЗОТРОПИИ И ИХ ВЫЧИСЛЕНИЕ

© А. Л. Карчевский

karchevs@math.nsc.ru

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Потребности математического моделирования и интерпретации данных в геофизике требуют нахождения решений системы дифференциальных уравнений теории упругости и уравнений Максвелла.

В данном докладе будут представлены аналитические решения для вышеприведенных систем в частотной области для горизонтально-слоистых сред любого вида анизотропии. Будут приведены устойчивые алгоритмы их вычисления.

Рассмотрим среду — N_l -слойную структуру с границами раздела x_3^k ($k = \overline{0, N_l}$), $x_3^0 = 0$; m -ый слой — интервал $[x_3^{m-1}, x_3^m]$, последний $N_l + 1$ (подстилающий) слой — полупространство $[x_3^{N_l}, \infty)$, воздух — полупространство $x_3 \in (-\infty, 0]$.

Для перехода в частотную область для уравнений теории упругости в терминах смещений

$$\rho \frac{\partial^2 v_m}{\partial t^2} = \sum_{j,k,l=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_{mjkl}(x_3) \frac{\partial v_l}{\partial x_k} \right) + F(t) \frac{\partial}{\partial x_m} \delta(x_1, x_2, x_3 - x_3^*), \quad m = 1, 2, 3.$$

применяется преобразование Фурье по горизонтальным пространственным переменным и преобразование Лапласа по временной переменной, после чего приходим к системе из трех дифференциальных уравнений второго порядка

$$\frac{\partial}{\partial x_3} \left(A \frac{\partial}{\partial x_3} U + iBU \right) + iB' \frac{\partial}{\partial x_3} U - DU = \hat{F}(p, x_3 - x_3^*) \quad (1)$$

Из уравнений Максвелла

$$H = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} E + \sigma E + j^e, \quad \text{rot } E = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (H + j^m),$$

$$j^e = f^e(t) (\beta_1, \beta_2, \beta_3)' \delta(x_1, x_2, x_3 - x_3^*), \quad j^m = f^m(t) (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)' \delta(x_1, x_2, x_3 - x_3^*)$$

мы получаем соотношение только для E и после этого применяем те же интегральные преобразования для горизонтальных и временной переменных. $\hat{E}_3$ может быть выражена и подставлена в первые два уравнения, после чего приходим к системе вида (1) для двух дифференциальных уравнений второго порядка.

Условия склейки в точках разрыва среды

$$\left[A \frac{\partial}{\partial x_3} U + iBU \right]_{x_3^k} = 0, \quad [U]_{x_3^k} = 0, \quad k = \overline{0, N_l}.$$

Краевые условия в случае уравнений теории упругости:

$$\left(A \frac{\partial}{\partial x_3} U + iBU \right) \Big|_{x_3=0} = 0, \quad U \rightarrow 0 \ (x_3 \rightarrow +\infty)$$

Краевые условия в случае уравнений электродинамики:

$$U \rightarrow 0 \ (x_3 \rightarrow \pm\infty)$$

В докладе в обоих случаях будут представлены аналитические решения для системы дифференциальных уравнений второго порядка (1), удовлетворяющие приведенным условиям склейки и краевым условиям, и приведены устойчивые алгоритмы их вычисления.

Работа поддержана грантами РФФИ (05-01-00171, 05-01-00559) и интеграционными проектами СО РАН, УрО РАН и ДВО РАН (проекты 16, 26, 57).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карчевский А. Л. Метод численного решения системы упругости для горизонтально слоистой анизотропной среды // Геология и геофизика. 2005. Т. 46, № 3. С. 339–351.
2. Карчевский А. Л. Прямая динамическая задача сейсмологии для горизонтально-слоистых сред // Сибирские электронные математические известия. 2005. Т. 2. С. 23–61. (pdf-файл статьи: <http://semr.math.nsc.ru/V2/v2p23-61.pdf>).
2. Карчевский А. Л. Аналитическое решение уравнений Максвелла в частотной области для горизонтально-слоистых анизотропных сред и его представление, удобное для вычислений // Геология и геофизика. 2007. Т. 48, № 8 (в печати).