

УДК 517.926.7

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ШОУОЛТЕРА – СИДОРОВА ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЛЕОНТЬЕВСКОГО ТИПА

© А. В. Келлер

alevtinak@inbox.ru

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск

Рассматривается обобщенная задача Шоуолтера – Сидорова

$$P(u(0) - u_0) = 0, \quad (1)$$

для системы уравнений

$$L \dot{u} = Mu + f. \quad (2)$$

Здесь L и M — квадратные матрицы порядка n , $\det L = 0$, причем матрица M L –регулярна (т. е. существует число $\lambda \in \mathbf{C}$ такое, что $\det(\lambda L - M) \neq 0$), кроме того, P — проектор вдоль ядра разрешающей группы системы уравнений (2), а $u, f : [0, T] \rightarrow \mathbf{R}^n$ — вектор-функции, определяемые в докладе.

Модель межотраслевого баланса В. В. Леонтьева “затраты-выпуск” с учетом запасов является частным случаем системы (2).

Алгоритмы численного решения задачи Коши

$$u(0) = u_0$$

системы уравнений (2) рассмотрены в [1] для $f = \text{const}$ и в [2] для $f = f(t)$.

Применяя те же подходы — метод фазового пространства, метод построения разрешающих групп операторов и метод Гаусса для численного интегрирования — разработан алгоритм численного решения задачи (1), (2). Взяв в качестве матриц

$$L = \begin{pmatrix} \frac{7}{20} & \frac{1}{20} & \frac{21}{20} \\ \frac{1}{100} & \frac{103}{200} & \frac{8}{25} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{-1}{5} & \frac{-11}{20} \\ \frac{-7}{25} & \frac{10304189}{11996000} & \frac{-70836357}{119960000} \\ \frac{-4}{15} & \frac{-2}{15} & \frac{13}{15} \end{pmatrix},$$

получено численное решение. Сравнение его с решениями по неявной схеме Эйлера и по методу Рунге – Кутты, показывает, что представленный алгоритм дает более точный результат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свиридюк Г. А., Брычев С. В. Численное решение систем уравнений леонтьевского типа // Изв ВУЗ. Матем. 2003. № 8. С. 46–52.
2. Burlachko I. V., Sviridyuk G. A. An Algorithm for Solving the Cauchy Problem for Degenerate Linear Systems of Ordinary Differential Equations // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2003. V. 43, N 11. P. 1613–1619.