

УДК 517.956

АНАЛОГ ПРИНЦИПА СЕН-ВЕНАНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА СОСТАВНОГО ТИПА В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ

© А. Р. Хашимов

mathinst@uzsci.net

Институт математики им. В. И. Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

В работе [1] исследованы некоторые аспекты теории уравнений третьего порядка как в ограниченных, так и неограниченных областях. Целью нашей работы является установление энергетических оценок для уравнений

$$lAu + Bu = f(x), \quad (1)$$

где $lu = l_0u + \alpha(x)u$, $l_0u = \alpha^k(x)u_{x_k}$, Au — равномерно эллиптический оператор 2-го порядка, $B(u)$ — дифференциальный оператор 2-го порядка, удовлетворяющий краевым условиям

$$u|_{\Gamma} = 0, \quad l_0u|_{\sigma_1} = 0, \quad (2)$$

в области $\Omega \subset R_+^n = \{x : x_1 > 0\}$, где $\partial\Omega = \Gamma$, $\sigma_1 = \{x \in \Gamma : \alpha^k(x)\nu_k(x) = 0\}$.

Теорема. Если $u(x)$ является обобщенным решением задачи (1), (2) в области Ω_{τ_1} , причём $f = 0$ в Ω_{τ_1} , то для любого $\tau_2 > \tau_1$ справедливы оценки

$$\int_{\Omega_{\tau_2}} E(u) dx \leq \Phi^{-1}(\tau_2, \tau_1) \int_{\Omega_{\tau_2}} E(u) dx,$$

$$\int_{\Omega_{\tau_2}} \Lambda(x_1) u^2 dx \leq \Phi^{-1}(\tau_2, \tau_1) \int_{\Omega_{\tau_1}} E(u) dx,$$

где $E(u)$ — интеграл энергии задачи (1), (2), $\Omega_{\tau} = \Omega \cap \{x : x_1 > \tau\}$, $\Phi(x_1, \tau_1)$ — решение задачи

$$\Phi_{x_1x_1} = \mu(x_1)\Phi, \quad \Phi(\tau_1, \tau_2) = 1, \quad \Phi_{x_1}(\tau_1, \tau_2) = 0;$$

$\Lambda(\tau)$, $\mu(\tau)$ — любые непрерывные функции такие, что

$$0 < \mu(\tau) \leq \inf_N \left\{ \int_{\bar{S}_{\tau}} E(v) dx' \left| \int_{\bar{S}_{\tau}} P(v) dx' \right|^{-1} \right\},$$

$$0 < \Lambda(\tau) \leq \inf_N \left\{ \int_{\bar{S}_{\tau}} E(v) dx' \left| \int_{\bar{S}_{\tau}} v^2 dx' \right|^{-1} \right\},$$

где $x' = (x_2, x_3, \dots, x_n)$, $P(v) = \alpha^1 a^{i1} v_{x_i} v + \frac{1}{2} \left(C^{11} + (\alpha^1 a^1)_{x_1} - (\alpha^1 a^{1j})_{x_j} \right) v^2$, N — множество непрерывно дифференцируемых функций в окрестности $\bar{S}_{\tau}$, которые равны нулю на $\bar{S}_{\tau} \cap \Gamma_{\tau}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кожанов А. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск, 1990. 140 с.