

УДК 517.956

АНАЛОГ ФОРМУЛЫ ДАЛАМБЕРА ДЛЯ СИСТЕМЫ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

© С. В. Лексина

lesveta@rambler.ru

Самарский государственный университет, Самара

Для системы

$$u_{tt} - Au_{xx} = 0, \quad (1)$$

описывающей продольно-крутильное колебание длинной естественно закрученной нити [1], рассмотрены смешанные задачи в прямоугольной области $D = [0 \leq x \leq l] \times [0 \leq t \leq T]$ с начальными и финальными условиями по t , $u(x, t)$ — вектор-столбец, A — постоянная матрица второго порядка.

Построены аналоги формул Даламбера для системы (1) (то есть решение задачи Коши). Используя полученные формулы, решены смешанные задачи I и II.

ЗАДАЧА I. Найти функцию $u(x, t) \in \tilde{W}_2^2(D)$ [2], удовлетворяющую системе (1) в области D , начальным условиям $u(x, 0) = \varphi(x)$, $u_t(x, 0) = \psi(x)$, краевым условиям

$$u(0, t) = \mu(t), u(l, t) = \nu(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (2)$$

Причем выполнены условия согласования $\mu(0) = \varphi(0)$, $\nu(0) = \varphi(l)$, где φ , ψ , μ , ν — вектор-функции.

ЗАДАЧА II. Найти функцию $u(x, t) \in \tilde{W}_2^2(D)$, удовлетворяющую системе (1) в области D , финальным условиям $u(x, T) = \Phi(x)$, $u_t(x, T) = \Psi(x)$, краевым условиям (2). Причем выполнены условия согласования $\Phi(0) = \mu(T)$, $\Phi(l) = \nu(T)$, где Φ, Ψ — вектор-функции.

Получено в явном виде единственное решение смешанных задач I и II при $0 \leq T \leq \frac{l}{\max[\lambda_1, \lambda_2]}$, где λ_1, λ_2 — собственные значения матрицы A .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горошко О. Ф., Чиж А. А. К вопросу о продольно-крутильных колебаниях упругой естественно закрученной нити (каната) переменной длины с концевым грузом, движущимся по жестким направляющим // Техника. Стальные канаты. Киев, 1964. Т. 1. С. 56–64.
2. Ильин В. А. Волновое уравнение с граничным управлением на двух концах за произвольный промежуток времени // Дифференциальные уравнения. 1999. Т. 5, № 11. С. 1517–1534.