Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 217–217

УДК 517.956.2

СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕОГРАНИЧЕННОЙ РАЗРЫВНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

© М. Г. Лепчинский

mmyth@mail.ru

Челябинский государственный университет, Челябинск

Рассматривается полулинейная эллиптическая краевая задача

$$Lu(x) + g_0(x, u(x)) = 0, \quad x \in \Omega, \tag{1}$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \tag{2}$$

где нелинейность g_0 борелева и может иметь разрывы первого рода по фазовой переменной, причем g_0 удовлетворяет условию подлинейного роста

$$|g_0(x, u)| \le b|u|^r + a(x), \quad 0 \le r < 1,\ b > 0,\ a \in L_q(\Omega).$$

Предполагается, что ядро $N(L)$ оператора L *нетривиально* и 0 — наименьшее его собственное значение.

Обобщенным решением задачи (1)–(2) будем называть функцию $u \in W_q^2(\Omega)$, удовлетворяющую граничному условию (2) и для почти всех $x \in \Omega$ включению

$$-Lu(x) \in [g_-(x, u(x)), g_+(x, u(x))],$$

$g_-(x, u) = \liminf\limits_{s\to u} g_0(x, s)$, $g_+(x, u) = \limsup\limits_{s\to u} g_0(x, s)$.

Определим функции

$$G_+(x) = \liminf_{t\to+\infty} \frac{1}{t^{r+1}} \int_0^t g_0(x, s)ds$$

и

$$G_-(x) = \liminf_{t\to-\infty} \frac{1}{|t|^{r+1}} \int_0^t g_0(x, s)ds.$$

Теорема. *Пусть для каждой ненулевой функции $\varphi \in N(L)$ выполняется неравенство*

$$0 < \int_{\varphi(x)<0} |\varphi(x)|^{r+1} G_-(x)dx + \int_{\varphi(x)>0} |\varphi(x)|^{r+1} G_+(x)dx. \tag{4}$$

Тогда исходная краевая задача имеет обобщенное решение.

Замечание. Мы предлагаем условия, гарантирующие существование обобщенных решений, которые распространяют известные условия K. C. Chang [1] и Ландесмана – Лазера на случай неограниченных нелинейностей.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта р_урал_а № 07-01-96000.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chang K. C.* Variational Methods for non-differentiable functionals and their applications to partial differential equations // J. Math. Anal. and Appl. 1981. V. 80, N 1. P. 102–129