Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 228–228

УДК 517.9

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПОЛУПРОВОДНИКЕ

© **Н. А. Манакова**

mymmi@ems.ru

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^n, n \geq 1$ — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞, причем область Ω занимает полупроводник. Предположим, что в полупроводнике имеется источник тока свободных зарядов и он “заземлен”.

Рассмотрим неклассическое уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda x - \Delta x) - \Delta_p x + \alpha|x|^{p-2}x = f, \quad \Delta_p x \equiv \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}(|\frac{\partial x}{\partial s_i}|^{p-2}\frac{\partial x}{\partial s_i}), \tag{1}$$

где $p > 2$, $\alpha > 0$. Уравнение (1) определяет распределение потенциала электрического поля в полупроводнике. Начально-краевая задача для уравнения (1) в случае отрицательности параметра α рассматривалась в работе [1] и доказана локальная разрешимость данной задачи в слабом обобщенном смысле. Нас будет интересовать задача оптимального управления для уравнения (1), которая дает возможность минимизировать штрафные санкции, выбрав внешнюю нагрузку таким образом, чтобы поддерживать необходимое распределение потенциала электрического поля в пласте. Необходимо найти решения начально-краевой задачи

$$(\lambda - \Delta)(x(s,0) - x_0(s)) = 0, \quad s \in \Omega; \quad x(s,t) = 0, \quad (s,t) \in \partial\Omega \times (0,T), \tag{2}$$

для уравнения (1) методом Галеркина – Петрова – Фаэдо. Этот метод в приложении к уравнениям, неразрешенным относительно старшей производной по времени, в случае необратимости оператора при производной был рассмотрен в [2]. В цилиндре $Q = \Omega \times (0,T)$ зададим функционал штрафа и рассмотрим задачу

$$J(x,u) = \frac{1}{p}\|x - z_d\|^p_{L_p(0,t;\overset{0}{W}{}^1_p)} + \frac{N}{q}\int_0^T \|u\|^q_{L_q(0,T;W_p^{-1})} dt, \tag{3}$$

где $\mathfrak{U}_{ad} \subset L_q(0,T;W_p^{-1})$ — замкнутое, выпуклое множество, для которого выполнено

$$0 = (\mathbb{I} - P)u = \begin{cases} 0, \ \lambda > -\lambda_1; \\ \langle u, \varphi_1 \rangle, \ \lambda = -\lambda_1. \end{cases}$$

Здесь λ_1 — первое собственное значение однородной задачи Дирихле для оператора Лапласа $-\Delta$ в области Ω, φ_1 – первый собственный вектор оператора $\lambda - \Delta$, а через P обозначим проектор вдоль $\operatorname{coker}(\lambda - \Delta)$ на замыкание $\operatorname{im}(\lambda - \Delta)$ в топологии W_p^{-1}.

Теорема. *Пусть $\lambda \geq -\lambda_1$, тогда существует оптимальное управление в задаче (1)–(3).*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Корпусов М. О., Свешников А. Г.* О “разрушении” решения сильно нелинейного уравнения псевдопараболического типа с двойной нелинейностью // Математические заметки. 2006. № 6. С. 879–899.
2. *Свиридюк Г. А.* Одна задача для обобщенного фильтрационного уравнения Буссинеска // Изв. вузов. Математика. 1989. № 2. С. 55–61.