

УДК 517.954

О КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© И. И. Матвеева

matveeva@math.nsc.ru

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

В настоящей работе рассматриваются краевые задачи для одного класса систем дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной по времени

$$A_0 D_t u + A_1(D_x)u = f(t, x),$$

где A_0 — вырожденная числовая матрица, $A_1(D_x)$ — матричный дифференциальный оператор по $x = (x_1, \dots, x_n)$. Этот класс был введен в книге [1] и называется классом псевдопараболических систем. В частности, он содержит линеаризованную систему Навье – Стокса.

Задача Коши и смешанные краевые задачи в R_{n+1}^{++} для псевдопараболических систем рассматривались в [1], и для этих задач были доказаны теоремы о разрешимости в весовых соболевских пространствах $W_{p,\gamma}^l$ с экспоненциальным весом $e^{-\gamma t}$. Характерной особенностью этих теорем является тот факт, что разрешимость краевых задач устанавливается не во всей шкале пространств $W_{p,\gamma}^l$, $1 < p < \infty$. В большинстве случаев возникают ограничения на показатель суммируемости вида $p > p^*$, где число $p^* > 1$ зависит от порядка системы и размерности n . В случае, когда $p \leq p^*$, для разрешимости на данные необходимо накладывать дополнительные требования типа условий ортогональности некоторым полиномам. Отметим, что такая ситуация является типичной в теории краевых задач для уравнений и систем, не разрешенных относительно старшей производной (см., например, [1, 2]).

В настоящей работе исследуется разрешимость краевых задач в специальных весовых соболевских пространствах $W_{p,\gamma,\sigma}^l$, введенных в [3], с экспоненциальным весом по t и степенными весами по x . Пространства такого типа оказываются более удобными при доказательстве существования решений уравнений и систем, не разрешенных относительно старшей производной (см., например, [1, 4–6]), при этом, как показывают примеры, при соответствующем выборе степенного веса могут иметь место теоремы о безусловной разрешимости краевых задач во всей шкале пространств $W_{p,\gamma,\sigma}^l$, $1 < p < \infty$.

Автор выражает благодарность Г. В. Демиденко за полезные дискуссии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Сибирского отделения Российской академии наук (интеграционный проект № 2.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демиденко Г. В., Успенский С. В. Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной. Новосибирск: Научная книга, 1998.
2. Матвеева И. И. Необходимые и достаточные условия разрешимости краевых задач для систем не типа Коши – Ковалевской // Сиб. журн. индустр. мат. 2001. Т. 4, № 2. С. 184–204.
3. Демиденко Г. В. Задача Коши для уравнений и систем соболевского типа // Краевые задачи для уравнений с частными производными. Новосибирск: Ин-т математики АН СССР. Сиб. отд-ние, 1986. С. 69–84.
4. Matveeva I. I. On a class of boundary value problems for systems of Sobolev type // J. Anal. Appl. 2005. V. 3, N 2. P. 129–150.
5. Матвеева И. И. О разрешимости задачи Коши для псевдопараболических систем в весовых соболевских пространствах // В кн.: Неклассические уравнения математической физики. Новосибирск, Институт математики СО РАН, 2005. С. 177–185.
6. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. О смешанных краевых задачах для псевдопараболических систем // Сиб. журн. индустр. мат. 2005. Т. 8, № 4. С. 34–50.